

TRABAJO FIN DE GRADO



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

Grado en Ingeniería Mecánica

“Diseño optimizado de elementos estructurales para absorción de energía en choques. Viga con apoyo doble sometida a compresión.”

Autor

Daniel Muñoz Agudo

Director

Dr. Ramón Zaera Polo

Madrid, Junio 2015

A mis padres

Agradecimientos

En primer lugar quisiera agradecer al Dr. Ramón Zaera Polo que me brindase la oportunidad de realizar el proyecto. Por su tiempo y dedicación durante los meses de trabajo, muchas gracias.

Agradezco a todo el personal de la Universidad Carlos III de Madrid que directa o indirectamente haya sido partícipe en la consecución de este Grado en Ingeniería Mecánica. Mención especial al departamento de Mecánica de medios Continuos y Teoría de Estructuras, así como a todos los profesores de los que he recibido clase durante estos cuatro años.

Por último, mi más sincero agradecimiento a mi familia, amigos y a mi querida Esther. Gracias por el apoyo y soporte continuo durante todo este tiempo

A todos ellos, muchas gracias.

Resumen

El objetivo del proyecto es optimizar un elemento para que disipe la energía de forma eficiente durante un choque que somete a dicho elemento a compresión, reduciendo la fuerza de reacción que se obtiene tras la estructura. Para apoyar los resultados obtenidos de la fuerza, se obtienen con carácter general valores de aceleración, desplazamiento y la energía de disipación plástica del sistema.

El contenido está recogido en cinco capítulos. El primero de ellos presenta el proyecto, donde se introduce el uso de las estructuras de disipación de energía y se expone el objetivo principal. El segundo capítulo recoge información general relativa a normativa aplicable a los vehículos convencionales y el estado de la técnica de algunos de los elementos habituales en los sistemas de disipación de energía. En el capítulo tres, se expone la metodología utilizada para el diseño y la optimización de los elementos desarrollados en el capítulo cuatro, donde se estudian, se compara y se extraen conclusiones de los parámetros característicos de los diferentes modelos.

Por último, en el quinto capítulo se extraen las conclusiones finales que se enlazan con los posibles estudios futuros de este tipo de estructuras.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS	8
ÍNDICE DE TABLAS	11
PRESENTACIÓN DEL PROYECTO.....	12
1.1 INTRODUCCIÓN	12
1.2 MOTIVACIÓN Y OBJETIVO	13
1.2.1 Caso de Estudio	15
ANTECEDENTES.....	17
2.1 CRASH TEST	18
2.1.1 Crash test en vehículos terrestres convencionales	18
Introducción	18
Regulación y Normativa	19
Protocolo NCAP	20
2.2 DEFORMACIÓN PROGRAMADA	21
2.2.1 Chevrolet Bel Air (1959) VS Chevrolet Malibu (2009).....	25
2.3 OPTIMIZACIÓN DE LA ABSORCIÓN DE ENERGÍA	26
2.3.1 Elementos tubulares.....	26
Relleno con materiales porosos	27
Configuración multicelda	30
2.3.2 Elementos no tubulares.....	32
METODOLOGÍA Y CONDICIONES DE CONTORNO	33
3.1 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	34
3.1.1 Introducción Histórica.....	34
3.1.2 Características y conceptos generales	35
3.2 MODELO DE COMPORTAMIENTO.....	37
3.3 CONDICIONES DE CONTORNO Y CARACTERÍSTICAS DEL ENSAYO.....	38
3.3.1 Aplicación de las restricciones y condiciones de contacto.	38
3.3.2 Desarrollo del ensayo.....	40
DISEÑO Y OPTIMIZACIÓN	42
4.1 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LA MALLA	43
4.2 ELEMENTOS TUBULARES DE CELDA ÚNICA.....	44
4.2.1 Sección circular vs sección cuadrada	45
Características principales	45
Parámetros característicos	48



Conclusiones	52
4.2.2 <i>Sección Variable</i>	52
Características principales	53
Parámetros característicos	54
Conclusiones	58
4.2.3 <i>Espesor mínimo</i>	60
Parámetros característicos	65
4.3 ELEMENTOS TUBULARES MULTICELDA	67
4.3.1 <i>Sección de cuatro celdas</i>	68
Características principales	69
Parámetros característicos	75
Sección de una celda Vs cuatro celdas	77
4.3.2 <i>Plegado programado</i>	79
Extremos de la estructura	79
Cuerpo de la estructura	82
4.3.3 <i>Otras configuraciones multicelda</i>	84
CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	90
REFERENCIAS	92

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1. Muestra de la parte inferior del fuselaje donde se utilizan elementos de seguridad pasiva</i>	<i>14</i>
<i>Figura 2. Largueros delanteros destinados a la disipación de energía durante el impacto.</i>	<i>14</i>
<i>Figura 3. Alojamiento de elementos tubulares destinados a la absorción de energía en el subsuelo de un helicóptero.[1].....</i>	<i>14</i>
<i>Figura 4. Localización de estructuras para disipación de energía en distintos sistemas de transporte. [1].....</i>	<i>14</i>
<i>Figura 5. Datos sobre seguridad en las carreteras según el nivel de desarrollo.[2].....</i>	<i>15</i>
<i>Figura 6 Esquema de restricciones utilizadas</i>	<i>15</i>
<i>Figura 7. Relación entre los países y las regulaciones. [5].....</i>	<i>19</i>
<i>Figura 8. Regulaciones 94 y 95 [5]</i>	<i>20</i>
<i>Figura 9. Países bajo el protocolo EURO NCAP.[5].....</i>	<i>21</i>
<i>Figura 10. NCAP a nivel global.....</i>	<i>21</i>
<i>Figura 11. Ejemplos de sistemas para programar la deformación.[8].....</i>	<i>23</i>
<i>Figura 12. Diferentes zonas durante el impacto de un vehículo.....</i>	<i>24</i>
<i>Figura 13. Absorción y redistribución de la energía de impacto</i>	<i>24</i>
<i>Figura 14. Choque frontal de vehículos de diferentes épocas.[10].....</i>	<i>26</i>
<i>Figura 15. Elemento cónico diseñado para la absorción de energía durante un impacto relleno con material poroso.[14]</i>	<i>28</i>
<i>Figura 16. Curva típica tensión-deformación para materiales espumosos.[1].....</i>	<i>28</i>
<i>Figura 17. Espuma metálica (Al). [1].....</i>	<i>29</i>
<i>Figura 18 Modelo utilizado para estudiar el comportamiento de materiales celulares de aluminio en el que se han generado porosidades de forma aleatoria..[16]</i>	<i>29</i>
<i>Figura 19. Variación de la curva tensión deformación al variar la porosidad para el modelo mostrado en la Figura 17.[16].....</i>	<i>29</i>
<i>Figura 20. Comparación entre diferentes tipos d materiales celulares con variación progresiva de sección.[17].....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 21. Mejoras realizadas sobre los tubos de celda única en estudios anteriores.[22]</i>	<i>31</i>
<i>Figura 22. Ejemplo de elemento multicelda.[22]</i>	<i>31</i>
<i>Figura 23. Estructura tipo sándwich con núcleo tetraédrico destinada a la disipación de energía.[23]</i>	<i>32</i>
<i>Figura 24. Estudio de la deformación de elementos piramidales.[24].....</i>	<i>32</i>
<i>Figura 25. Esquema del sistema de estudio con el sistema de elementos finitos.....</i>	<i>35</i>
<i>Figura 26. Desratización en subdominios</i>	<i>36</i>
<i>Figura 27. Ejemplo de sección mallada donde se aplicarían las condiciones de contorno.</i>	<i>39</i>
<i>Figura 28. Línea de nodos sobre la que se podrían imponer condiciones de contorno con peligro de plastificación localizada.</i>	<i>39</i>
<i>Figura 29. Vista plano YZ de la disposición inicial.....</i>	<i>41</i>
<i>Figura 30. Vista isométrica de la disposición inicial</i>	<i>41</i>

<i>Figura 31. Vista isométrica del elemento disipativo de sección circular</i>	<i>43</i>
<i>Figura 32. Análisis de la independencia de los resultados con respecto a la malla</i>	<i>44</i>
<i>Figura 33. Vista isométrica del elemento disipativo de sección circular</i>	<i>45</i>
<i>Figura 34. Vista isométrica del elemento disipativo de sección cuadrada.....</i>	<i>45</i>
<i>Figura 35. Estado del elemento estructural de sección circular en función del tiempo.</i>	<i>46</i>
<i>Figura 36. Estado del elemento estructural de sección cuadrada en función del tiempo.</i>	<i>47</i>
<i>Figura 37. Reacción en el empotramiento. Sección circular.....</i>	<i>48</i>
<i>Figura 38. Reacción en el empotramiento. Sección cuadrada.</i>	<i>48</i>
<i>Figura 39. Energía cinética. Sección circular.....</i>	<i>49</i>
<i>Figura 40. Disipación plástica. Sección circular.</i>	<i>49</i>
<i>Figura 41. Energía cinética. Sección cuadrada.....</i>	<i>50</i>
<i>Figura 42. Disipación plástica. Sección cuadrada.....</i>	<i>50</i>
<i>Figura 43. Desaceleración. Sección circular</i>	<i>51</i>
<i>Figura 44. Desaceleración. Sección cuadrada.....</i>	<i>51</i>
<i>Figura 45. Comparativa de la reacción para los dos tipos de sección.....</i>	<i>52</i>
<i>Figura 46. Vista del plano ZY del elemento disipativo de sección cuadrada variable.....</i>	<i>53</i>
<i>Figura 47. Estado del elemento estructural de sección variable en función del tiempo.</i>	<i>54</i>
<i>Figura 48. Reacción en el empotramiento. Sección cuadrada variable.</i>	<i>54</i>
<i>Figura 49. Aceleración del elemento que impacta. Sección cuadrada variable.....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 50. Energía cinética y de disipación plástica para ambas secciones.</i>	<i>57</i>
<i>Figura 51. Desplazamiento del elemento que impacta para diferentes secciones.....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 52. Fuerza de reacción para diferentes tipos de sección.</i>	<i>59</i>
<i>Figura 53. Representación de la fuerza en el empotramiento para diferentes tipos de sección variable</i>	<i>60</i>
<i>Figura 54. Evolución de la sección G.....</i>	<i>61</i>
<i>Figura 55. Evolución de la sección F</i>	<i>62</i>
<i>Figura 56. Evolución de la sección E</i>	<i>63</i>
<i>Figura 57. Evolución de la sección D.....</i>	<i>64</i>
<i>Figura 58. Fuerza en el empotramiento secciones D,E,F y G.....</i>	<i>65</i>
<i>Figura 59. Zoom sobre la Figura 57.....</i>	<i>65</i>
<i>Figura 60. Fuerza en el empotramiento para las secciones E y H.</i>	<i>66</i>
<i>Figura 61. Valores de aceleración para el comienzo del impacto de la sección H y E.....</i>	<i>67</i>
<i>Figura 62. Representación del perfil de la sección.....</i>	<i>68</i>
<i>Figura 63. Evolución de la sección al disminuir el espesor.</i>	<i>69</i>
<i>Figura 64. Diferencia del estructurado en la deformación</i>	<i>70</i>
<i>Figura 65. Comportamiento de la sección 1.....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 66. Comportamiento de la sección 2.....</i>	<i>72</i>
<i>Figura 67. Comportamiento de la sección 3.....</i>	<i>73</i>
<i>Figura 68. Comportamiento de la sección 4.....</i>	<i>74</i>
<i>Figura 69. Reacción para las secciones de cuatro cajones con diferentes espesores.</i>	<i>75</i>
<i>Figura 70. Aceleración para las secciones de cuatro cajones con diferentes espesores.....</i>	<i>76</i>
<i>Figura 71. Energía plástica disipada en función del tiempo.</i>	<i>76</i>



<i>Figura 72. Desplazamiento del elemento que impacta en función del tiempo.....</i>	<i>77</i>
<i>Figura 73. Reacción en el empotramiento para las secciones 3 y E</i>	<i>78</i>
<i>Figura 74. Disipación plástica para las secciones 3 y E.....</i>	<i>78</i>
<i>Figura 75. Desplazamiento para las secciones 3 y E.</i>	<i>79</i>
<i>Figura 76. Cambios realizados a la sección 3.....</i>	<i>80</i>
<i>Figura 77. Reacción en el empotramiento para las secciones 3, 3.1, 3.2 y 3.3.....</i>	<i>81</i>
<i>Figura 78. Aceleración para las secciones 3, 3.1, 3.2 y 3.3</i>	<i>82</i>
<i>Figura 79. Reacción en el empotramiento para las secciones 3.3, 3.4, 3.5, y 3.6.....</i>	<i>83</i>
<i>Figura 80. Aceleración para las secciones 3.3, 3.4, 3.5, y 3.6</i>	<i>84</i>



ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1. Capacidad de absorción para diferentes ángulos de carga.[15].....</i>	<i>27</i>
<i>Tabla 2. Propiedades Aluminio 1100-H12.[3]</i>	<i>38</i>
<i>Tabla 3. Número de elementos de cada mallado</i>	<i>43</i>
<i>Tabla 4. Características principales del elemento disipativo de sección circular</i>	<i>45</i>
<i>Tabla 5. Características principales del elemento disipativo de sección cuadrada.....</i>	<i>45</i>
<i>Tabla 6. Características principales del elemento disipativo de sección cuadrada variable.....</i>	<i>53</i>
<i>Tabla 7. Valores característicos de la Figura 49.</i>	<i>57</i>
<i>Tabla 8. Características principales de las secciones.</i>	<i>60</i>
<i>Tabla 9. Características principales sección H.....</i>	<i>66</i>
<i>Tabla 10. Características principales de las secciones de cuatro cajones.</i>	<i>69</i>
<i>Tabla 11. Modificaciones realizadas para programar la deformación en los extremos del elemento.</i>	<i>80</i>
<i>Tabla 12. Modificaciones realizadas para programar la deformación a lo largo del elemento.</i>	<i>82</i>



Capítulo 1

Presentación del proyecto

1.1 Introducción

Los altos índices de siniestralidad y el aumento de la motorización del planeta hacen que los fabricantes de automóviles u otros sistemas de transporte no dejen de incorporar nuevas tecnologías que aumenten la seguridad en caso de colisión, con el fin de garantizar la máxima seguridad para los ocupantes de los vehículos o los posibles peatones implicados. Actualmente no solo los fabricantes buscan la máxima seguridad, sino que este aspecto se ha convertido en criterio de selección para muchos de los compradores. Lo que provoca un estado de continua innovación entre los fabricantes.

Las estructuras de absorción de energía forman parte de los sistemas de seguridad pasivos de cualquier medio de transporte que se pueda ver involucrado en una colisión. A modo de explicación, se puede reducir la estructura de un sistema de transporte en el momento de la colisión en dos partes. La primera de ellas sería el habitáculo, esta parte debe ser rígida e idealmente indeformable para garantizar un espacio vital para los ocupantes durante el impacto. Por otra parte, son necesarios elementos que en caso de colisión disipen la mayor cantidad de energía posible para preservar la seguridad de los ocupantes a velocidades elevadas. Los elementos

estructurales estudiados en el trabajo son del segundo tipo, estructuras que van a disipar la energía que correspondería al habitáculo, y por consiguiente, a los pasajeros. Es habitual encontrarlos en torno a las partes estructurales necesariamente rígidas en diversas aplicaciones, formando parte de la seguridad pasiva del sistema.

1.2 Motivación y objetivo

El presente trabajo se basa en la consecución y optimización de un elemento estructural que actúe de protección frente a impacto y ofrezca un gran rendimiento respecto a diseños no optimizados. El elemento no va a estar concebido para una aplicación concreta, sino que podría utilizarse para cualquier sistema que sufra un impacto similar y tenga aplicadas las condiciones de contorno utilizadas en la simulación. Para la obtención de la estructura se parte de la idealización del impacto frontal de una viga con las restricciones de contorno necesarias para el caso específico de estudio. El objetivo principal es presentar un modelo idealizado con la geometría que mejor disipe la energía durante el impacto. La idealización consiste en la reducción del problema a un sistema simple y conocido, donde se pueden estudiar los resultados con facilidad. Para la realización del análisis se va a utilizar el código de elementos finitos Abaqus Explicit en su versión 6.13-4.

El proceso de optimización del diseño se basa en la comparación de parámetros clave obtenidos durante la simulación permitiendo extraer conclusiones sobre la calidad del choque en función de los intereses fijados. El camino a seguir se va fijando en función de los resultados obtenidos de cada diseño, eliminando los aspectos negativos más críticos de cada una de ellos.

Los sistemas de transporte poseen una gran variedad de estos elementos, ya que la seguridad de un sistema de este tipo frente a choque depende en gran medida de la capacidad de disipación de energía de los elementos estructurales que lo componen. Estos elementos están dispuestos de forma estratégica para reducir las desaceleraciones a las que están sometidos los ocupantes y en muchos casos son estudiados con códigos de simulación numérica.

Los elementos para disipación de energía se utilizan habitualmente en vehículos de tierra, en sistemas de protección de vías convencionales, en circuitos de carreras, en aviones y helicópteros entre otras aplicaciones. En las Figuras 1-4 se muestran disposiciones habituales de estructuras de absorción de energía. En el caso de la parte posterior del fuselaje de los aviones, suelen utilizarse elementos que disipasen la energía

de un posible choque en un aterrizaje en condiciones de emergencia. Por su parte, los automóviles cuentan con largueros, típicos en su parte frontal.

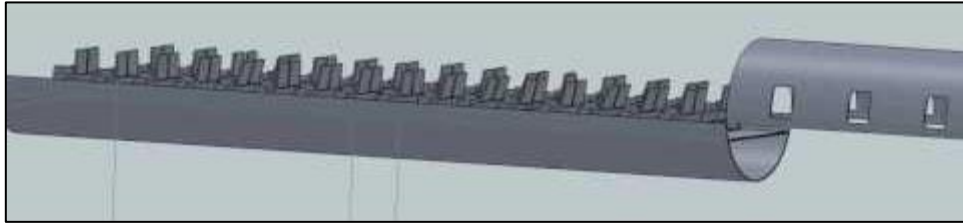


Figura 1. Muestra de la parte inferior del fuselaje donde se utilizan elementos de seguridad pasiva

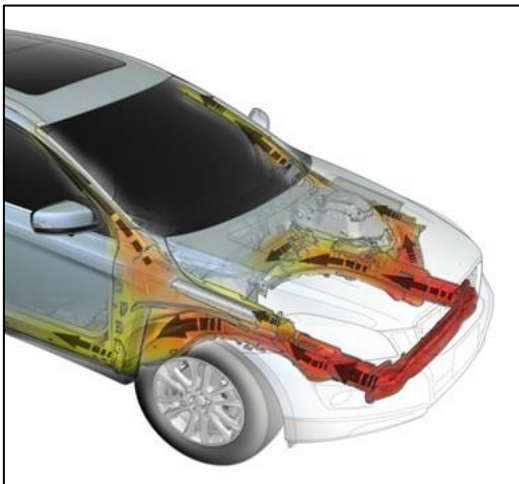


Figura 2. Largueros delanteros destinados a la disipación de energía durante el impacto.

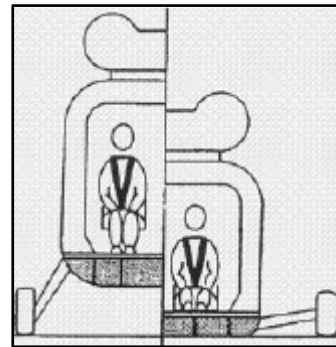


Figura 3. Alojamiento de elementos tubulares destinados a la absorción de energía en el subsuelo de un helicóptero.[1]

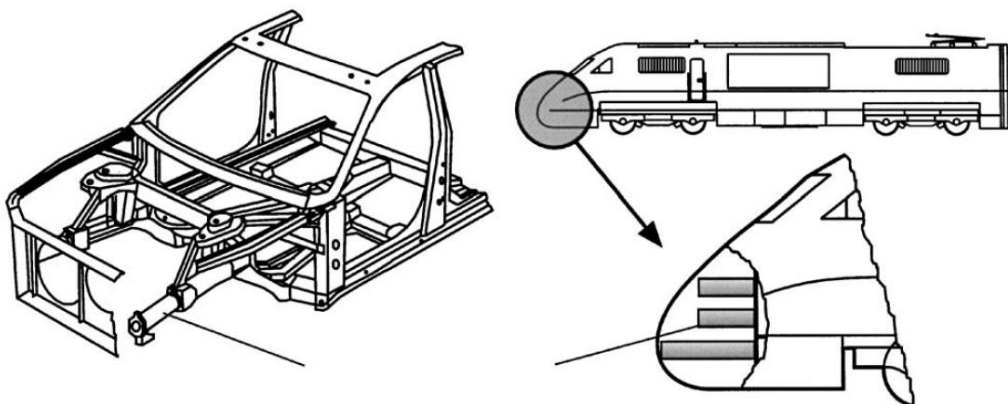


Figura 4. Localización de estructuras para disipación de energía en distintos sistemas de transporte. [1]

El estudio de todos estos elementos salva vidas humanadas cada día. Su mejora y aplicación a los sistemas de transporte es incuestionable dada la creciente motorización del planeta, sobre todo en países en vías de desarrollo donde se venden millones de vehículos que no cumplen los estándares de seguridad [2].

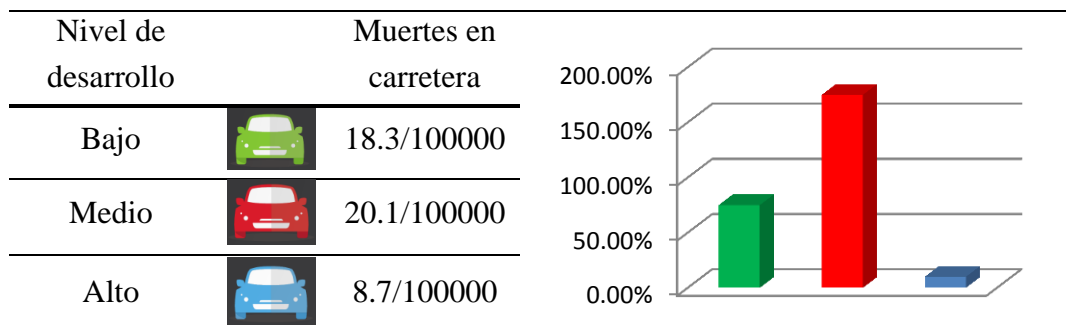


Figura 5. Datos sobre seguridad en las carreteras según el nivel de desarrollo.[2]

1.2.1 Caso de Estudio

El sistema estudiado mediante el código de elementos finitos en este proyecto es el de un elemento estructural que se modela como una viga de doble apoyo sometida a compresión. Esto hace que se asemeje a los posibles elementos que poseería la parte inferior del fuselaje. La parte adherida a la superficie que contiene los asientos se supondría restringida en todos sus desplazamientos y giros, mientras la parte inferior tendría libertad de movimiento vertical.

Todo el estudio está basado en las restricciones mostradas en la Figura 6.



Figura 6 Esquema de restricciones utilizadas

El extremo izquierdo de la viga consta de un empotramiento, mientras que el opuesto se modela con un apoyo deslizante. De esta forma, quedan definidas las restricciones. El empotramiento restringe tanto el movimiento como el giro en los tres

ejes. Por su parte, el apoyo deslizante permite tanto los tres posibles giros como el desplazamiento en el eje z .

El hecho de que exista un apoyo deslizante en el extremo donde se realiza el impacto es un aspecto a tener muy en cuenta. Este apoyo va a dotar al diseño de una gran ventaja frente a otros que no lo posean. Esta reside en la obligación en todo momento a que la cara sobre la que se produce el impacto se desplace únicamente en la dirección z , lo que elimina la posibilidad de deslizamiento entre el elemento estructural y el elemento que impacta. Este deslizamiento reduciría considerablemente la capacidad de disipación energética durante el impacto ya que el comportamiento a flexión aumentaría en decremento de la compresión, reduciéndose la eficiencia de la disipación de energía.

Los parámetros principales que definen el ensayo y que se van a aplicar en la simulación son los siguientes:

- Material: Aluminio 1100-H12[3]
- Masa: La masa de la estructura de aluminio que sufre el impacto está limitada a un kilogramo. Por su parte, la masa que impacta será aquella que permita comparar de forma satisfactoria diferentes modelos sin que ésta varíe, tras pruebas iniciales se estima en 300 kilogramos.
- Velocidad: La velocidad del elemento de impacto es de 15 m/s . Valor típico en los ensayos de impacto de este tipo de elementos estructurales de protección.
- Fuerza de reacción: El parámetro principal se diseñó será la fuerza de reacción que sufre el elemento impactado es su parte posterior. A modo de explicativo, esto se traduce en la fuerza que recibiría el pasajero de un vehículo tras la colisión. Al diseñar la estructura de forma que esta fuerza se reduzca, se está disipando la energía que en otro caso no optimizado estaría afectando al pasajero.
- Longitud: La longitud de la viga será de 30 cm . Fijar una longitud para todos los diseños estudiados es necesario para asegurar la comparabilidad de los resultados de los diferentes modelos.



Capítulo 2

Antecedentes

Este capítulo está dividido en tres partes claramente diferenciadas. La primera de ellas está centrada en Crash test (ensayos de impacto), situando al lector en cuanto a normativa y regulación más utilizada en vehículos convencionales. El objetivo de este apartado es mostrar el avance que se ha realizado a lo largo de los años en cuanto a la seguridad y la reglamentación aplicada. La segunda y tercera parte del capítulo se centran en los tipos de estructuras tubulares que se utilizan para los dispositivos de absorción de energía en choques, así como las mejoras que se incluyen habitualmente para mejorar el rendimiento de las estructuras. Se presentan diferentes modelos acompañados de ejemplos extraídos de estudios realizados con anterioridad que ofrecen una visión general del estado de la técnica de estos componentes.

2.1 Crash test

Se conoce como *crash test* a ensayar deliberadamente un vehículo nuevo como prueba de calidad y de su capacidad para resistir el impacto. Se utiliza para gran diversidad de sistemas de transporte, destacando su especial relevancia y desarrollo en los vehículos convencionales.

2.1.1 Crash test en vehículos terrestres convencionales

Introducción

La industria automovilística cuenta con especialistas como médicos, ingenieros y expertos en tráfico que valoran estadísticas sobre la gravedad de los impactos e incorporan estos datos a los diseños posteriores. En la actualidad se trabaja cada vez más con simulaciones virtuales de accidentes convirtiéndose en un método esencial para el perfeccionamiento de la seguridad pasiva de los automóviles[4]. Los ensayos llevados a cabo en el apartado de diseño y optimización podrían considerarse como simulaciones a pequeña escala de alguna de las partes que componen el sistema de seguridad pasiva del vehículo, donde se ve claramente la mejora de las prestaciones de la pieza tras el estudio y simulación virtual.

Con las pruebas de choque se consigue determinar los fenómenos técnicos y físicos implicados en la colisión y el comportamiento de la carrocería en caso de impacto. Para estudiar los posibles daños sobre los cuerpos humanos se utilizan “Dummies”, maniquís antropomórficos sobre los que se realizan mediciones dimensionales. Del resultado global de la colisión se extraen conclusiones importantes relacionadas con la seguridad y otros aspectos como puede ser el grado de reparabilidad de la carrocería. [4]

Regulación y Normativa

La primera normativa internacional aplicada a los automóviles en cuanto a seguridad se refiere data de 1909. En este año se realizó la primera convención internacional relativa a la seguridad de los automóviles. Es en esta convención donde nace el concepto de homologación para el cual son necesarios los ensayos que se han mejorado a lo largo de los años.

Actualmente en el ámbito internacional, se utilizan dos convenios, adoptados en 1958 y 1998¹, para proveer de un marco legal de aplicación voluntaria a los países pertenecientes a las Naciones Unidas. Estas regulaciones se encuentran en continua revisión con el fin de adaptar la tecnología existente a los ensayos.

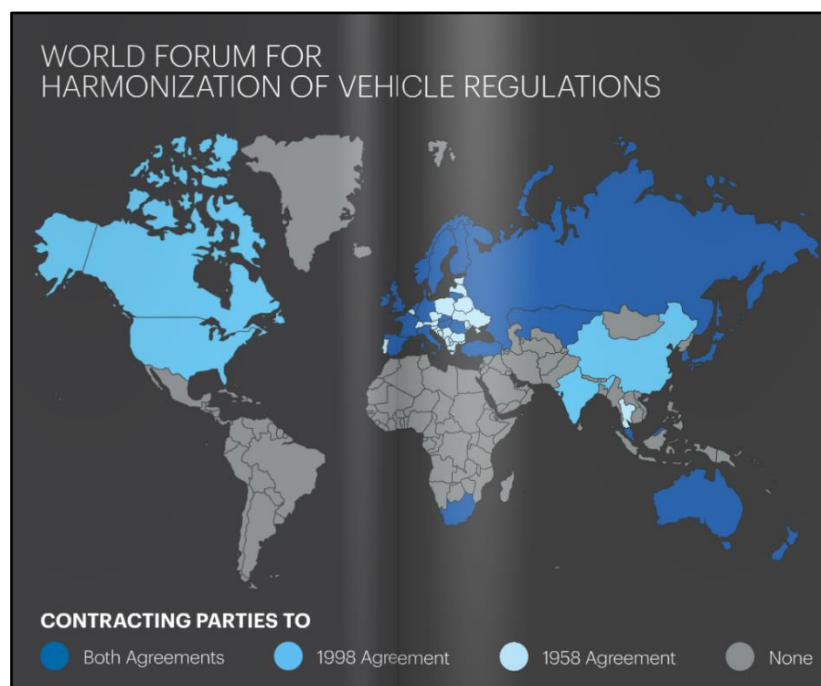


Figura 7. Relación entre los países y las regulaciones. [5]

Las regulaciones más importantes son:

- Protección de los ocupantes en impacto frontal – Reg. 94²
- Protección de los ocupantes en impacto lateral – Reg. 95³

¹ Estado actual de las regulaciones: <http://www.unece.org/trans/main/welcwp29.html>

² Disponible en: <http://www.unece.org/fileadmin/DAM/trans/doc/2009/wp29grsp/ELSAsg-1-04e.pdf>

³ Disponible en: <http://www.unece.org/fileadmin/DAM/trans/main/wp29/wp29regs/r095e.pdf>

- Cinturón de seguridad y sus anclajes – Reg. 14 y Reg. 16
- Control de estabilidad – Reg 13-H/GTR 8
- Protección de peatones.

Las dos más relevantes en cuanto a la disipación/absorción durante el impacto y que son más afines con el desarrollo del trabajo, son la relativa al impacto frontal y al lateral. Para el impacto frontal se simula un vehículo a 56 Km/h que impacta con una barrera como réplica de otro vehículo con un desplazamiento del 40%. Por otro lado, el ensayo de impacto lateral se realiza simulando un vehículo que colisiona sobre el lateral a 50 Km/h . [5]

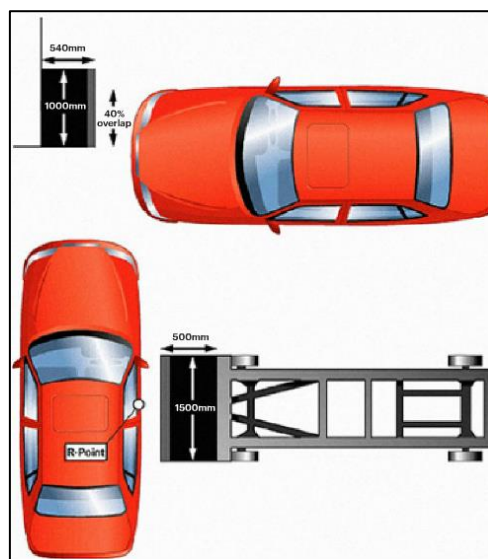


Figura 8. Regulaciones 94 y 95 [5]

A parte de las regulaciones mencionadas, solo obligatorias cuando el país las adhiere a su legislación, existen las directivas $96/79/CE^4$ y $96/27/CE^5$ de impacto frontal y lateral respectivamente de carácter obligatorio a nivel europeo. [6]

Protocolo NCAP

En 1996 se da un gran impulso a la mejora de la seguridad en los vehículos y en el tipo de ensayos que se realizan. El protocolo EURO NCAP se forma en ese año con el objetivo de realizar pruebas de impacto de carácter independiente a nivel europeo sobre coches ya a la venta, informando a los usuarios sobre el resultado y creando

⁴ <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/ES/TXT/?qid=1430086916556&uri=CELEX:31999L0098>

⁵ <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/ES/TXT/?qid=1430087162596&uri=CELEX:31996L0027>

incertidumbre a los propios fabricantes sobre la calificación obtenida. Los ensayos se realizan sobre los modelos más vendidos del mercado y se ha convertido en un parámetro diferenciador y apreciado por los usuarios.[7]

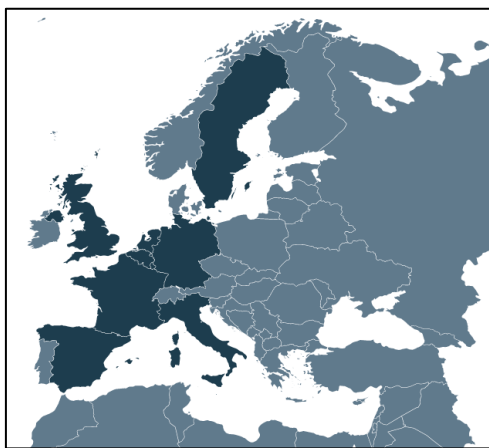


Figura 9. Países bajo el protocolo EURO NCAP.[5]



Figura 10. NCAP a nivel global

El mapa de trabajo de NCAP hasta 2020 está altamente relacionado con el gran crecimiento de la motorización del planeta prestando especial atención a los países emergentes. El correcto funcionamiento de los sistemas de seguridad pasivos de disipación de energía, así como muchos otros de diversas características, son cruciales en los impactos a altas velocidades. El empuje de NCAP sobre los fabricantes hacia la innovación en seguridad hace que el número de vehículos en los países emergentes con características de seguridad excepcionales sea cada vez más alto.[2]

2.2 Deformación programada

La deformación programada o controlada consiste en la deformación por etapas de la sección de la estructura sobre la que se está recibiendo el impacto. [8]

Un campo de extensa aplicación de este tipo de estructuras son las carrocerías de los vehículos. Actualmente no se concibe la fabricación de vehículos de uso común sin este sistema. La deformación programada es sin duda uno de los aspectos donde se han experimentado mayores avances durante la historia del automóvil. La irrupción de este concepto delimita un antes y un después en los sistemas de seguridad pasiva.

En el siglo XIX, la técnica más utilizada en la fabricación de carrocerías, era la construcción de chasis independientes. Dicho chasis está compuesto por dos estructuras,

el bastidor o chasis y la carrocería del automóvil. Inicialmente los chasis estaban fabricados de madera y posteriormente se introdujo como material principal el acero.

A lo largo del siglo XX y XXI, el chasis independiente fue reemplazado por un chasis autoportante, su técnica se basa en fabricar una estructura metálica envolvente constituida por la unión de elementos de chapa de diferentes formas y espesores, es decir, una caja resistente que a su vez se soporta a sí misma y a los elementos mecánicos que se fijan sobre ella.

Desde que los fabricantes empezaron a fabricar carrocerías autoportantes, tenían la tendencia a diseñar automóviles duros y resistentes al impacto en caso de colisión o accidente consiguiendo que la carrocería se deformara lo menos posible. El hecho de fabricar automóviles con carrocerías poco deformables es contraproducente para la seguridad de los ocupantes, debido a que la carrocería no absorbe correctamente la energía generada en el impacto y se transmite a los propios ocupantes, provocando lesiones internas.[9]

A día de hoy, los fabricantes invierten más recursos para aumentar la seguridad de los ocupantes del automóvil. La mayoría de las marcas que se encuentran en el mercado automovilístico son especialistas en desarrollar sistemas de seguridad tanto activa como pasiva, consiguiendo que sus automóviles sean lo más seguros posibles.

La tendencia de fabricar automóviles con carrocerías duras y fuertes ha desaparecido y ahora se fabrican automóviles que sean seguros tanto para los ocupantes como para los demás usuarios de las vías de circulación. Para ello se emplean carrocerías con deformación programada.[8]

La deformación programada depende de factores como:

- Material
- Espesor de los elementos que conforman la estructura
- Forma
- Puntos fusibles

La absorción de energía se logra a través del empleo de materiales como acero, aluminio y plástico. Su configuración en el espacio puede generar mayor o menor resistencia, buscando siempre el mejor comportamiento posible. Una de las estrategias más utilizadas son los puntos fusibles. Se denomina así a variaciones estratégicas en la geometría que faciliten una deformación ordenada de la estructura que ha sido estudiada con anterioridad. La Figura 11 muestra diferentes posibilidades para programar el inicio de la deformación.

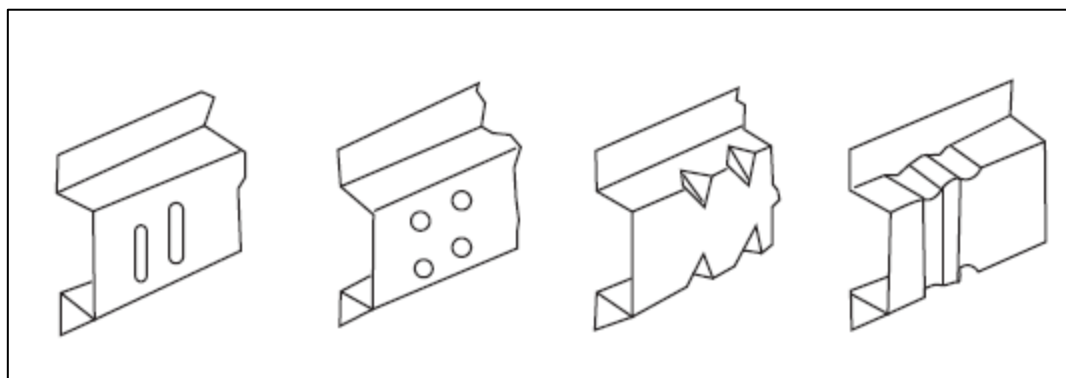


Figura 11. Ejemplos de sistemas para programar la deformación.[8]

Las estructuras de deformación controlada más relevantes en una colisión en la que se vea implicado un vehículo son las presentes en los subchasis delantero y trasero. El primero se compone habitualmente de dos parejas de largueros horizontales, inferiores y superiores, diseñados para arrugarse en caso de accidente y evitar daños en los largueros horizontales y los pilares que dan consistencia al habitáculo.

Para transmitir la fuerza del impacto frontal a los largueros, estos están atornillados a una traviesa perpendicular muy rígida, que se hunde sin deformarse. Si se produce un choque frontal suficientemente fuerte, el hundimiento que se produciría en este subchasis delantero sería tan acusado que el propio motor se descolgaría para pasar por debajo del coche y evitar que las piezas entren en el habitáculo dañando a los ocupantes. Otras piezas, como la columna de la dirección, también se quiebran automáticamente para evitar daños en el conductor. El choque frontal “ideal”, que menos daños produce en el coche y sus ocupantes, debe ser completamente frontal. Si la trayectoria es oblicua, los daños son mayores puesto que el reparto de fuerzas a las traviesas no es uniforme y las esquinas suelen estar más desprotegidas ante un impacto.

El caso del subchasis trasero es similar al delantero. Unos largueros y una traviesa constituyen la base de la estructura de deformación controlada en un choque trasero y a su vez protegen el depósito de combustible y/o las baterías en el caso de híbridos y eléctricos. Cuando el impacto del automóvil es recibido por la parte delantera, los primeros elementos en absorber la energía son los largueros, tanto inferiores como superiores dónde se suelen doblar de forma establecida, atenuando y absorbiendo la energía.

Los largueros suele estar unidos por uno o dos travesaños dependiendo del tipo de carrocería que se encarga de distribuir la energía por la base del automóvil. Los

refuerzos longitudinales en los largueros situados debajo de la puerta, reforzados con tabiques interiores, garantizan un sólido apoyo a las ruedas.

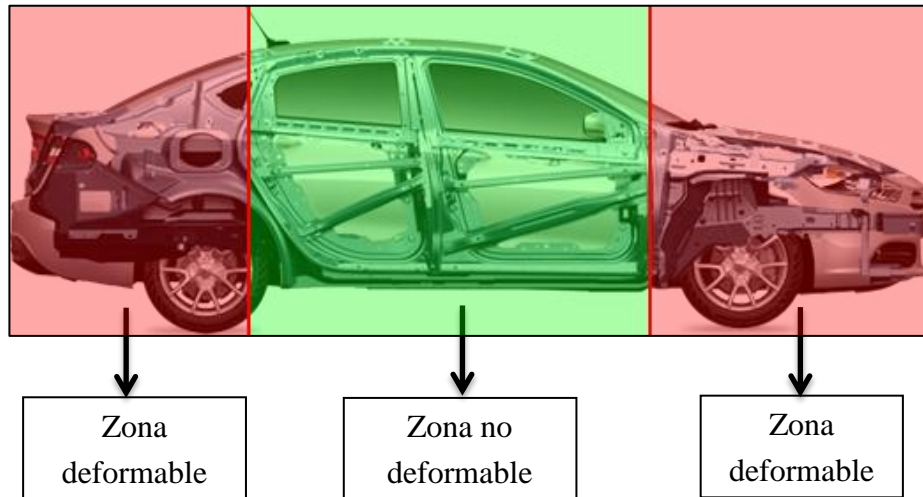


Figura 12. Diferentes zonas durante el impacto de un vehículo

Por encima de las ayudas enfocadas a evitar la colisión, estas nuevas estructuras son una de las causas más reseñables del descenso de los fallecidos tras choques en carretera y de la gravedad de los accidentes.[9]

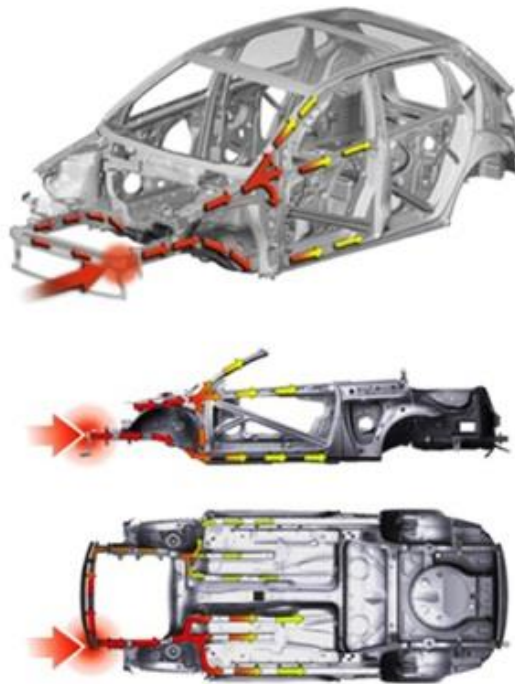


Figura 13. Absorción y redistribución de la energía de impacto

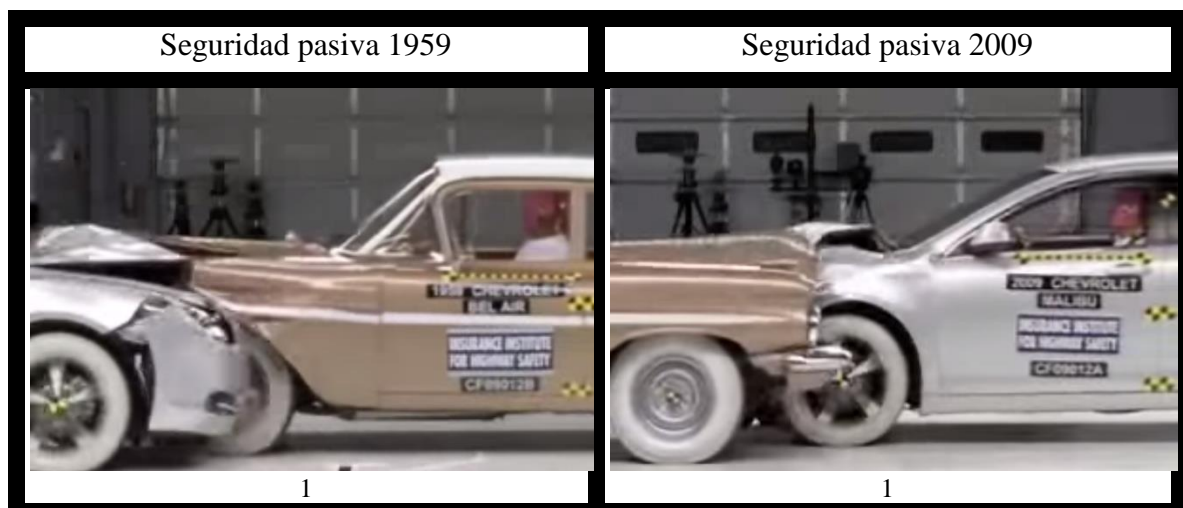
2.2.1 Chevrolet Bel Air (1959) VS Chevrolet Malibu (2009)

Para mostrar los claros avances en las estructuras de disipación de energía que forman parte de la seguridad pasiva de los vehículos se hace referencia al ensayo de colisión frontal con desplazamiento realizado con estructuras de épocas distintas.

Por una parte, un vehículo del año 1959, por otro, del año 2009. Los resultados se aprecian en la Figura 14. Las tiras de imágenes se leen de arriba abajo, donde las capturas de la parte izquierda están centradas en el estado de la carrocería antigua y al contrario a la derecha.

Del ensayo se extrae lo siguiente:

- En el momento final de la colisión el habitáculo de los pasajeros de la carrocería de 1959 está totalmente invadido por partes del propio vehículo. No se mantiene una jaula de seguridad que permita la supervivencia de las personas implicadas y la deformación es descontrolada.
- La parte frontal del sistema del vehículo moderno se pliega de forma progresiva y el habitáculo mantiene el espacio vital necesario. La energía es disipada de una forma mucho más eficaz y las posibilidades sobrevivir son más elevadas.



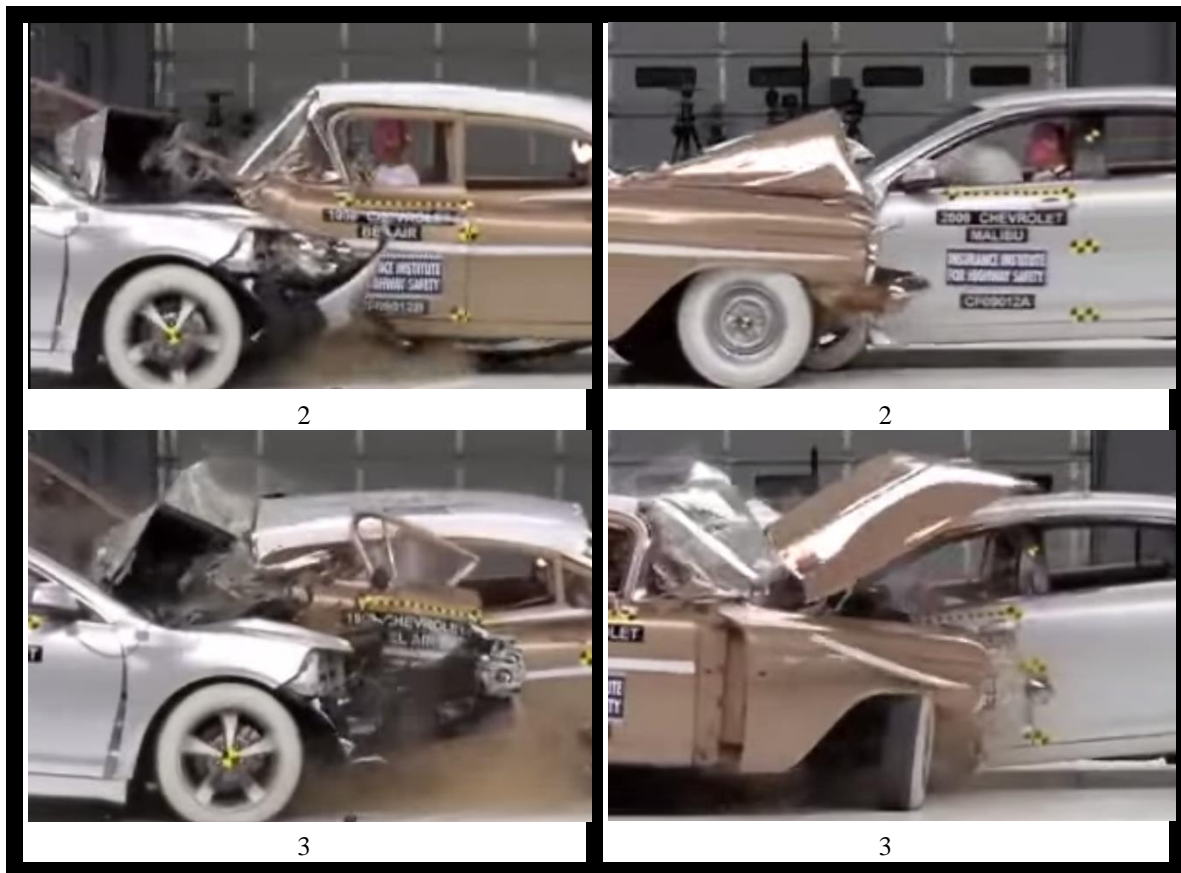


Figura 14. Choque frontal de vehículos de diferentes épocas.[10]

2.3 Optimización de la absorción de energía

Con las crecientes necesidades en seguridad de los vehículos, los intereses en la capacidad de protección de las estructuras (*crashworthiness*) han dado lugar a un gran número de investigaciones para choques en diversas configuraciones. La utilización de sistemas de absorción de energía con gran capacidad de impacto con más comunes cada día. En general, se espera que estos elementos sean capaces de disipar la máxima energía cinética posible minimizando las fuerzas de impacto y transfiriéndolas de la forma más eficiente.

2.3.1 Elementos tubulares

Las estructuras compuestas por tubos de paredes delgadas son capaces de disipar una gran cantidad de energía a través de la deformación plástica de sus paredes y son por ello ampliamente utilizadas en las estructuras de absorción de energía que engloban vehículos, estructuras y componentes de trenes, y subsuelos de helicópteros.[11]

Este tipo de estructuras de pared delgada pueden verse comprometidas cuando el impacto no se produzca en la dirección deseada, reduciéndose en gran medida la cantidad de energía cinética disipada. Por lo tanto, es necesario que se mantenga una mínima eficiencia en impactos caracterizados con diferentes ángulos de choque.

En la práctica, la principal preocupación para elementos de este tipo se basa en el hecho de que el esfuerzo a compresión irá acompañado de la posibilidad de colapso por pandeo y en la tendencia a comportarse como una flexión pura cuando el impacto es oblicuo. Por esta razón, se debe prestar atención a la investigación de escenarios de impacto mixto, con características relativas al impacto frontal y al lateral.

De acuerdo con los estudios anteriores sobre tubos rectos que implican carga de impacto oblicua[12-14], se obtuvo que la eficiencia en términos energéticos caía drásticamente con el ángulo de la carga. Llegados a este, punto se estudian formas de solventar el problema como utilizar tubos de forma cónica o con espesor gradual.[15]

Ángulo	Deformación estimada	Energía absorbida en ensayos reales [KJ]
10°		No1: 11.33 No2: 11.24 No3: 11.22
30°		No1: 2.49 No2: 2.88 No3: 2.48

Tabla 1. Capacidad de absorción para diferentes ángulos de carga.[15]

Relleno con materiales porosos

Se han publicado numerosos trabajos sobre la respuesta a impacto de tupos de pared delgada rellenos con materiales muy porosos bajo cargas axiales. Además, la interacción entre el material de relleno y las paredes del prisma se han estudiado cuidadosamente. La utilización de elementos tubulares que contengan material en su interior en comparación con tubos vacíos, aumenta la capacidad de absorción tanto en

compresión como flexión. Fenómeno que se puede utilizar para mitigar la gran pérdida de efectividad durante los esfuerzos de flexión.[14]

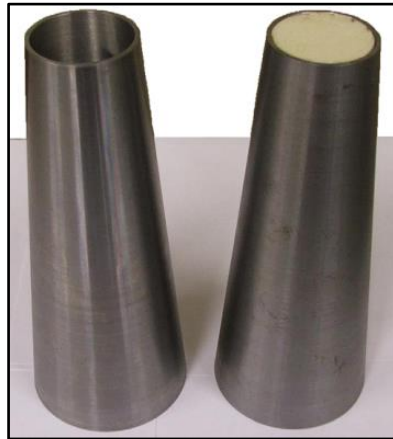


Figura 15. Elemento cónico diseñado para la absorción de energía durante un impacto relleno con material poroso.[14]

Los materiales espumosos tienen como característica expansiva la capacidad de soportar una gran deformación manteniendo un nivel de tensión bajo hasta llegar a la región de densificación. La curva tensión deformación típica para este tipo de materiales se muestra en la Figura 16. La zona *a* correspondería a la parte elástica; la zona *b* representaría la parte intermedia donde la tensión aumenta lentamente mientras las celdas del material plastifican. Por último, tras pasar la zona intermedia comienza la densificación, donde la tensión aumenta rápidamente dado el contacto de las celdas contiguas al aumentar en gran medida la deformación.[1]

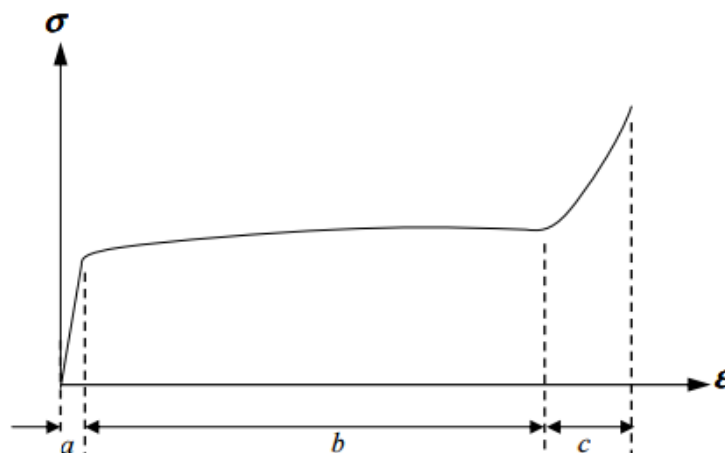


Figura 16. Curva típica tensión-deformación para materiales espumosos.[1]

- Espumas metálicas:

Este tipo de materiales emergen como nueva clase de material con un gran potencial para estructuras ligeras con una gran poder de absorción de energía. Estos materiales metálicos de gran porosidad se obtienen de metales básicos (Mg, Al, Cu, Zn, Ti, Fe). Siendo el más utilizado el Aluminio.



Figura 17. Espuma metálica (Al). [1]

Las espumas metálicas poseen un gran potencial en cuanto a la utilización en sistemas de absorción de energía dado el alto ratio tensión-masa, por ejemplo, se reduciría la masa en un 25 % en comparación con las estructuras metálicas convencionales.[1]

Este tipo de material de carácter celular se ha utilizado exclusivamente en ingeniería con buenos resultados, uniendo el comportamiento típico de un material metálico al característico de los materiales celulares representado en la Figura 16. Estos resultados también revelan que el comportamiento de los materiales celulares está afectado por muchos factores, incluida la configuración mesoscópica del material. Al tratarse de un material poroso de alta complejidad, la distribución aleatoria de muchos de los poros hace que el comportamiento sea heterogéneo. Comportamiento que se intenta predecir con las tecnologías de computación actuales. [16]

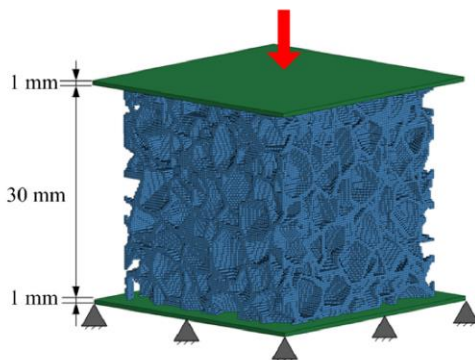


Figura 18 Modelo utilizado para estudiar el comportamiento de materiales celulares de aluminio en el que se han generado porosidades de forma aleatoria..[16]

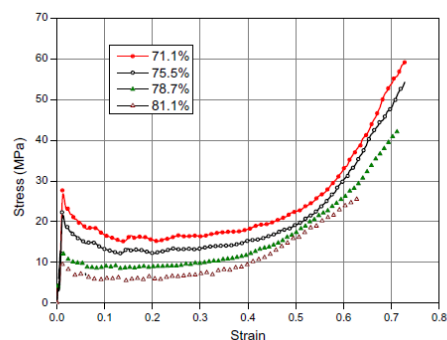


Figura 19. Variación de la curva tensión deformación al variar la porosidad para el modelo mostrado en la Figura 18.[16]

A parte de la distribución aleatoria de porosidad se han estudiado materiales celulares perfectamente organizados en configuraciones como panales de abeja unido a la distribución variable de la sección.[17]



Figura 20. Comparación entre diferentes tipos d materiales celulares con variación progresiva de sección.[17]

- Espumas poliméricas:

Las espumas poliméricas son utilizadas ampliamente en ingeniería, estos materiales, como poliuretano y poliestireno, tienen una alta aplicabilidad en absorción de energía. En industrias como en la del automóvil se estudia la posibilidad de incluir este tipo de material dentro de los vehículos para proteger a los ocupantes en caso de accidente.

Una de las características más importantes de las espumas poliméricas es que su capacidad de disipación es independiente de la dirección de la carga. Por lo tanto, su inclusión en sistemas que puedan sufrir un impacto de forma oblicua afectaría positivamente a la eficiencia global de la estructura. [1]

Configuración multicelda

El procedimiento y foco habitual de estudio para el aumento de la capacidad de absorción de energía de las estructuras tubulares se basa en la variación de la sección a lo largo del elemento. A parte de esta posibilidad, se ha presentado también la existencia de materiales celulares que pueden albergarse en el interior para mejorar el comportamiento global de la estructura. Expuestos estos dos sistemas aún existen más opciones, la utilización de columnas multicelda se ha considerado también como sistema para mejorar las prestaciones de las estructuras tubulares. Chen and Wierzbicki[18] presentaron cálculos térmicos de la fuerza de impacto media para columnas de celda única, doble celda y triple celda. Los resultados del estudio sugerían que la eficiencia para las columnas de doble y triple celda era mayor. Además, Kim[19] llevó a cabo un proceso de optimización del sistema multicelda añadiendo elementos en

el interior de las aristas del tubo donde la absorción específica de energía resultó ser 1.9 veces mayor que el de un tubo convencional con la misma sección[19].

Otros estudios como Zhang y cols.[20] y Najafi y Rais-Rohani[21] han obtenido resultados en pruebas de impacto comprando diferentes configuraciones y formas de absorción, donde el resultado predominante es la disminución de la fluctuación de la fuerza cuando se utilizan sistema multicelda en comparación con tubos vacíos o relleno con materiales porosos.[11]

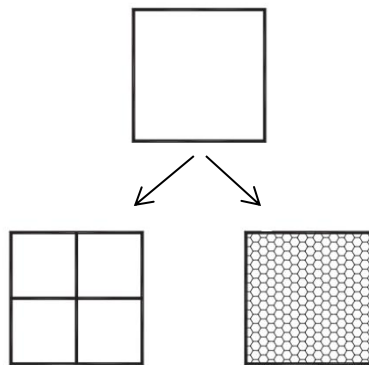


Figura 21. Mejoras realizadas sobre los tubos de celda única en estudios anteriores.[22]

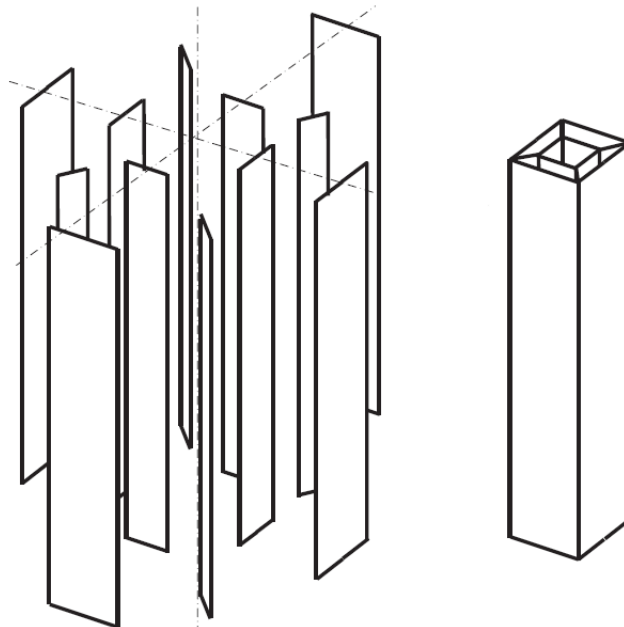


Figura 22. Ejemplo de elemento multicelda.[22]

2.3.2 Elementos no tubulares

A parte de las estructuras tubulares para la absorción de energía en impactos frontales o laterales, existen otras formas de disipar la energía. La ventaja habitual de las estructuras tipo tubo, ya sea con una o varias celdas en su sección, es la facilidad de fabricación frente a sistemas más complejos como estructuras tipo sándwich con un entramado o celosía como núcleo (“the lattice core structures”).

Este tipo de se estructuras se han utilizado en sistemas de protección frente a impacto a altas velocidades e incluso se han aplicado a vehículos militares. Los estudios demuestran que estas estructuras reducen significativamente las componentes verticales de la fuerza tras el impacto[23]. Las leyes constitutivas preliminares para estos tipos de estructuras también se han estudiado[24].

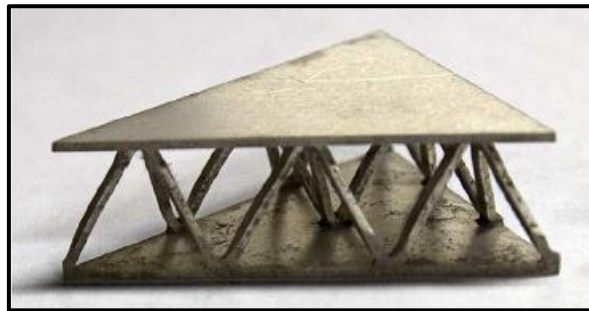


Figura 23. Estructura tipo sándwich con núcleo tetraédrico destinada a la disipación de energía.[23]

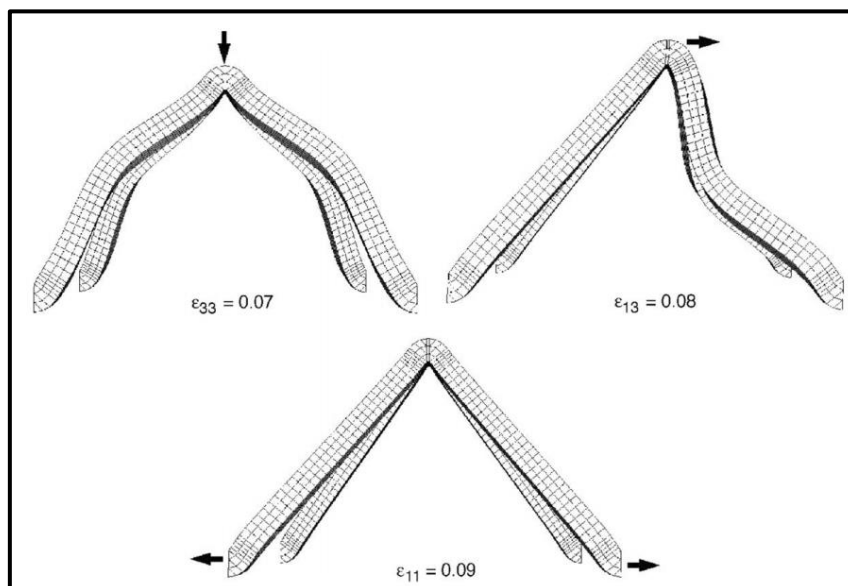


Figura 24. Estudio de la deformación de elementos piramidales.[24]

Capítulo 3

Metodología y condiciones de contorno

La base del proyecto es el software de elementos finitos Abaqus CAE en su versión 6.13-4. De este software se extrae la información necesaria para estudiar el comportamiento de la estructura y seleccionar el modelo final. Por tanto, todos los gráficos obtenidos y la información numérica que conforma el trabajo tienen su origen en este programa.

En cuanto al modelo de daño y endurecimiento utilizado se aplica el de Jonson Cook. Modelo comúnmente utilizado para este tipo de análisis y uno de los más extendidos en la actualidad.

3.1 Método de elementos finitos

3.1.1 Introducción Histórica

El método de elementos finitos (MEF) es una forma de aproximar la solución de ecuaciones diferenciales parciales ampliamente utilizado en ingeniería. Permitiendo dar solución a casos que son prácticamente imposibles de resolver por métodos matemáticos tradicionales. La utilización de este método permite obtener un modelo de cálculo del sistema real más económico que un prototipo, sin olvidar que es un método aproximado y el ensayo de prototipos será siempre necesario. El MEF ha producido una gran cantidad de publicaciones, estando considerado como una de las herramientas más potentes y probadas para la solución de problemas de ingeniería y ciencia aplicada.

El desarrollo de los elementos finitos tal y como se conocen hoy en día ha estado ligado al cálculo estructural mayoritariamente en el campo aeroespacial. En los años 40 Courant[25] propone la utilización de funciones polinómicas para la formulación de problemas elásticos en subregiones triangulares, como un método especial del método variacional de RayleighRitz para aproximar soluciones.[26]

Más adelante, fueron Turner, Clough, Martin y Topp[27] quienes presentaron el MEF en la forma aceptada hoy en día. En su trabajo introdujeron la aplicación de elementos finitos simples al análisis de estructuras aeronáuticas, utilizando los conceptos de discretizado y funciones de forma. Por otro lado, los libros de Przemieniecki[28] y de Zienkiewicz y Holister[29] presentan el MEF en su aplicación al análisis estructural. El libro de Zienkiewicz y Taylor[30] presenta una interpretación amplia del MEF y su aplicación a cualquier problema de campos. En él se demuestra que las ecuaciones de los elementos finitos pueden obtenerse utilizando un método de aproximación de pesos residuales. Esta visión del problema atrajo un gran interés entre los matemáticos para la solución de ecuaciones diferenciales lineales y no lineales mediante el MEF. Actualmente el método se encuentra en una fase de gran expansión, es ampliamente utilizado en la industria y continúan apareciendo cientos de trabajos de investigación en este campo. Los ordenadores han aportado el medio eficaz para resolver la multitud de ecuaciones que se plantean en el MEF, cuyo desarrollo práctico ha ido caminando parejo de las innovaciones obtenidas en el campo de la arquitectura de los ordenadores.[26]

3.1.2 Características y conceptos generales

La idea principal del método de los elementos finitos es la división de un sistema continuo en un conjunto de elementos interconectados por una serie de nodos. Las ecuaciones que rigen el comportamiento del sistema regirán también el del elemento. De esta forma se consigue pasar de un sistema continuo con infinitos grados de libertad, que es regido por una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales, a un sistema con un número de grados de libertad finito cuyo comportamiento se modela por un sistema de ecuaciones que pueden ser o no lineales.

En un sistema que se vaya a analizar con el método de elementos finitos se compone de un dominio, espacio geométrico donde se va a analizar el problema. Condiciones de contorno, variables conocidas como cargas, desplazamientos o temperaturas, e incógnitas, variables a conocer después de la actuación sobre el sistema.

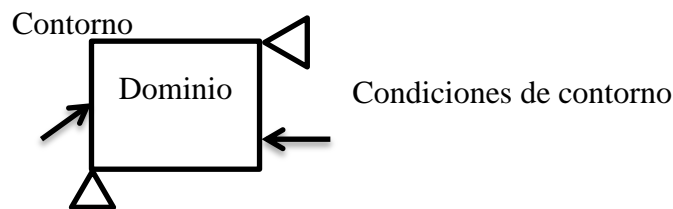


Figura 25. Esquema del sistema de estudio con el sistema de elementos finitos.

Para solucionar el problema, el método de elementos finitos propone la discretización del dominio en subdominios (elementos). El dominio se divide mediante puntos, líneas o superficies dependiendo si se trata de un caso lineal, bidimensional o tridimensional respectivamente. Los elementos se definen en función del número de nodos que posean, siendo en estos puntos donde se materializan las incógnitas del problema. En el caso de elementos estructurales las incógnitas son los desplazamientos de los nodos, pues estando en conocimiento de estos se pueden hallar el resto de variables que se necesiten.[26, 31, 32]

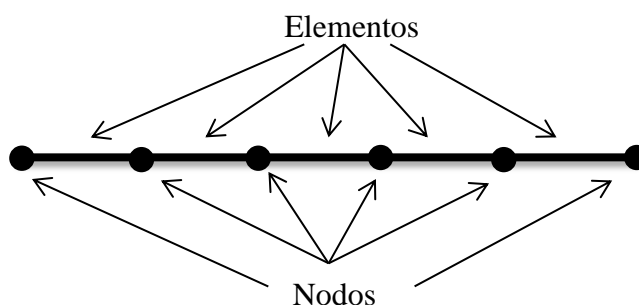


Figura 26. Desratización en subdominios

Para cada uno de los elementos finitos en los que dividimos la estructura se tienen las siguientes consideraciones [31, 32]:

- Los desplazamientos en un punto cualquiera $\{u\}$ del elemento pueden obtenerse a partir de los desplazamientos de los nodos $\{u_n\}$ mediante la siguiente expresión:

$$\{u\} = [N] \cdot \{u_n\}$$

- Siendo N las funciones de forma del elemento.
- Las acciones exteriores que actúan sobre el sólido se sustituyen por un sistema de acciones de fuerzas y momentos que actúan sobre los nodos $\{P\}$ de tal forma que ambos sistemas den lugar al mismo estado tensional del elemento.
- Para hallar la matriz de rigidez del sólido $[K]$ es necesario ensamblar las matrices de rigidez de los diferentes elementos.
- La relación entre las acciones exteriores y los desplazamientos de cada uno de los nodos viene dada por la siguiente expresión:

$$[K] \cdot \{u_n\} = \{P\}$$

- Conocidos los desplazamientos se pueden hallar las deformaciones y conocidas las deformaciones las tensiones con las siguientes expresiones matriciales:

$$\{\varepsilon\} = [L]\{u\} = [L][N]\{u_n\} = [B]\{u_n\}$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$$

En lo que a la utilización del método de elementos finitos mediante el software se diferencian tres fases principales: Pre-proceso, donde se divide el sistema en subdominios para el posterior análisis matemático, se introducen las propiedades del material a utilizar y se aplican las condiciones de contorno. Solución, tiempo durante el

cual el programa halla los valores para los parámetros que hayan sido seleccionados, y post-proceso, última fase en la que los datos son estudiados y validados.[33]

3.2 Modelo de comportamiento

Como se introduce en el comienzo del capítulo el modelo de comportamiento utilizado es el de Johnson-Cook. El modelo de Johnson-Cook es un modelo mecánico de material que fue desarrollado especialmente para modelos metálicos en condiciones de impacto o compresión y es ampliamente utilizado en diferentes simulaciones de ensayos de impacto con materiales metálicos. El modelo mecánico de Johnson-Cook reproduce el comportamiento de los materiales sujetos a grandes deformaciones, altas temperaturas y altas velocidades de deformación. La formulación de este método define la tensión equivalente de Von Mises (σ_Y) como tres términos desacoplados donde el primero de ellos define la dependencia del endurecimiento por deformación; el segundo la sensibilidad de la deformación y el tercero la sensibilidad de la temperatura.[34]

Este modelo de daño es un tipo particular del modelo de plasticidad de Von Mises con análisis de la ley de endurecimiento y la dependencia de la velocidad. Es adecuado para la deformación a alta velocidad de deformación de gran cantidad de materiales incluyendo la mayoría de los metales y típicamente utilizado en simulaciones dinámicas transitorias adiabáticas.[35]

El comportamiento definido por Johnson-Cook se divide en dos partes. Una de ellas centrada en el endurecimiento y otra en el modelo de daño como se define a continuación.[3]

Endurecimiento Johnson-Cook:

$$\sigma_Y(\epsilon_p, \dot{\epsilon}_p, T) = (A + B\epsilon_p^n) \cdot \left(1 + CL_n \left(\frac{\dot{\epsilon}_p}{\dot{\epsilon}_0}\right)\right) \cdot \left(1 - \left(\frac{T - T_0}{T - T_{melt}}\right)^m\right)$$

Modelo de daño Johnson-Cook:

$$\omega = \Sigma \left(\frac{\Delta \epsilon_p}{\epsilon_f^p}\right) \quad \text{Fallo para } \omega = 1$$

$$\epsilon_p^f(\dot{\epsilon}_p, T, \Sigma, \bar{\sigma}) = [d_1 + d_2 \exp(d_3 \frac{\Sigma}{\bar{\sigma}})] \cdot (1 + d_4 L_n(\frac{\dot{\epsilon}_p}{\dot{\epsilon}_0})) \cdot (1 + d_5 \left(\frac{T - T_0}{T - T_{melt}}\right))$$

Σ : Tensión hidrostática

$\bar{\sigma}$: Tensión de Von Mises

En la siguiente tabla se presentan los parámetros que se utilizan para caracterizar al material atendiendo a las ecuaciones de Johnson-Cook:

Propiedad	Unidades	Valor
Densidad ρ	Kg/m^3	2700
Módulo de elasticidad E	Pa	65.76 E9
Coefficiente de Poisson ν	-	0.3
Límite elástico A	Pa	148.36 E6
B	Pa	345.51 E6
n	-	0.183
Velocidad de deformación de referencia $\dot{\epsilon}_0$	s^{-1}	1.0
C	-	0.001
m	-	0.859
Temperatura de fusión T_{melt}	K	893
Temperatura de referencia T_0	K	293
Calor específico C_p	$J/(Kg \cdot K)$	920
Coefficiente Taylor – Quinney	-	0.9
d_1	-	0.071
d_2	-	1.248
d_3	-	-1.142
d_4	-	0.0097
d_5	-	0.0

Tabla 2. Propiedades Aluminio 1100-H12.[3]

3.3 Condiciones de contorno y características del ensayo

En este apartado se van a desarrollar las hipótesis que conciernen al elemento ensayado aplicadas en el código de elementos finitos. Además, se muestra la disposición habitual de los diseños a ensayar en el momento del impacto y el modo en el que se han aplicado las restricciones.

3.3.1 Aplicación de las restricciones y condiciones de contacto.

Dado que los elementos a ensayar son de tipo tubular, las restricciones se aplican sobre la sección del mismo en ambos extremos. Por tanto, son los elementos de la malla que coinciden con el inicio y el final del tubo los que tienen impuestas características de movimiento antes de que se produzca el impacto.

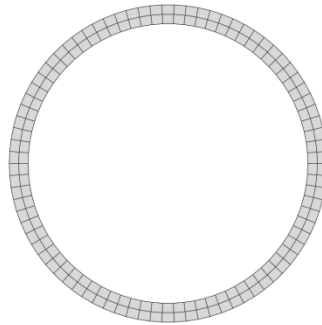


Figura 27. Ejemplo de sección mallada donde se aplicarían las condiciones de contorno.

Los tipos de pieza utilizado en el programa CAE son los denominados como tipo “solid” y “Shell”. El hecho de utilizar un tipo u otro conlleva una serie de consideraciones.

Para las de primer tipo, la aplicación de condiciones de contorno tipo apoyo simple, es decir, la restricción del movimiento pero no del giro en las tres direcciones del espacio, no puede ser aplicada sobre un área. Esto sucede debido a la imposición de estas condiciones a nodos contiguos produce el efecto de empotramiento. Es posible modelar un apoyo simple para este tipo de pieza si se restringen los movimiento a lo largo de una serie de nodos que formen la geometría del perfil. Pero la utilización de este sistema no es apropiada para el caso de estudio, apareciendo problemas de deformación muy localizada y no ajustándose al tipo de apoyo que se desea modelar. Por otro lado, los elementos tipo Shell no tendrán este problema al incorporar un apoyo simple, ya que el trato que realiza el software sobre la sección de la pieza si lo posibilitaría.

Es este motivo el que impone la utilización de una restricción tipo empotramiento en toda la superficie lateral y no apoyo simple. De esta forma se pueden utilizar los dos tipos de piezas para crear diseños comparables.

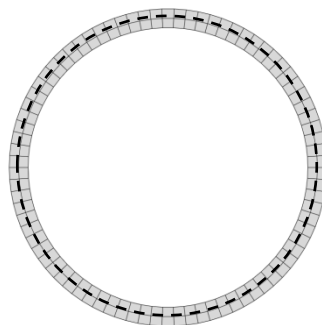


Figura 28. Línea de nodos sobre la que se podrían imponer condiciones de contorno con peligro de plastificación localizada.

Otra diferencia entre las piezas modeladas como “solid2 y “shell” son los grados de libertad de los nodos que componen la malla. Los nodos tipo solid tendrán tres grados de libertad, mientras que las de tipo Shell cuentan con seis.

Como regla general se aplican dos interacciones principales. Por un lado, las del elemento que impacta con el elemento resistente, y por otro, las condiciones de auto-contacto entre las superficies del elemento que va a sufrir grandes deformaciones. Estas últimas imposibilitan que las superficies puedan atravesarse unas a otras durante el impacto.

3.3.2 Desarrollo del ensayo

El ensayo se desarrolla durante un periodo de tiempo de 3 o 4 centésimas de segundo, dependiendo del modelo. Dado que la velocidad de impacto es de 15 m/s , el espacio máximo que se podría recorrer es de 60 cm . En este tiempo todos los elementos presentados detienen por completo al elemento inercial.

Para la visualización de los resultados se divide todo el proceso en 50 intervalos de tiempo. Tras el proceso, se pueden visualizar cada uno de estos intervalos por separado. El objetivo es obtener una representación del movimiento del elemento durante el impacto.

A parte de lo que sería la representación de la geometría y demás parámetros de forma visual, se obtienen datos de las variables reacción en el empotramiento, energía cinética, energía de disipación plástica, desplazamiento, velocidad y aceleración con mucha más frecuencia, 500 intervalos. De esta forma se pueden obtener gráficos con los datos obtenidos de una forma más ajustada.

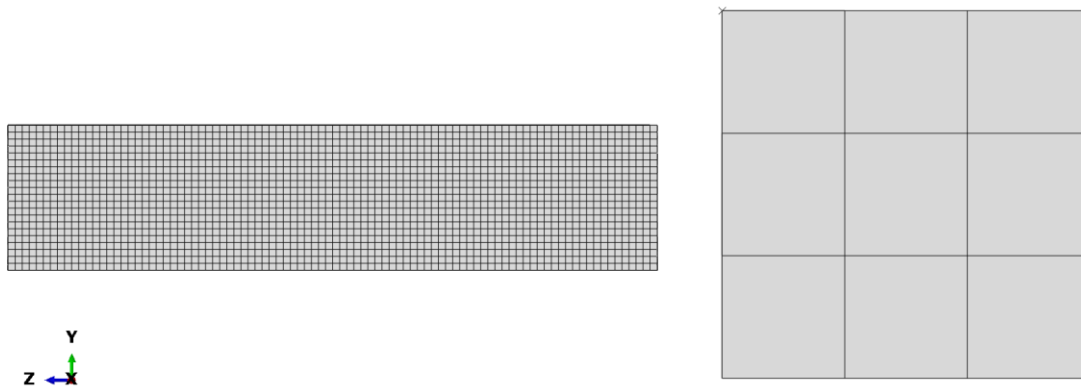


Figura 29. Vista plano YZ de la disposición inicial

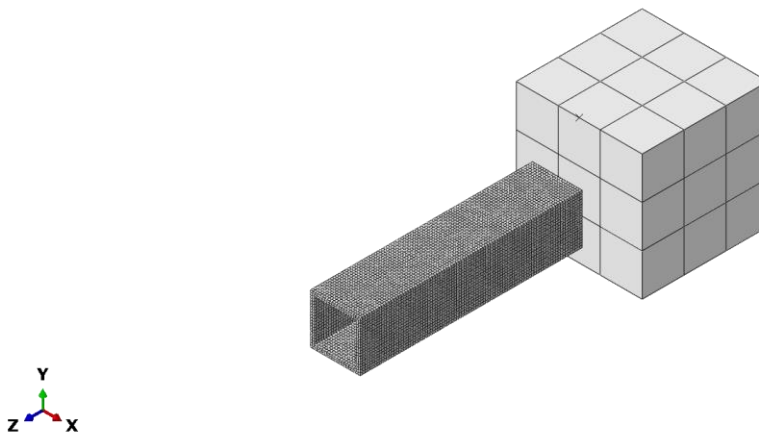


Figura 30. Vista isométrica de la disposición inicial

El elemento con forma de cubo que se aprecia en las dos figuras anteriores es el elemento que impacta sobre la viga de aluminio y al que se ha estado haciendo referencia en capítulos anteriores. A diferencia de lo que ocurre con la viga, el mallado de éste carece de importancia, ya que se supone perfectamente rígido y no se van a estudiar deformaciones, sólo se obtienen datos de velocidad, desplazamiento y aceleración.

La distancia entre las dos piezas es de 3 *cm* por lo que el contacto se producirá tras 2 milésimas de segundo del comienzo del ensayo.

Capítulo 4

Diseño y Optimización

Al final de este apartado se presenta un modelo óptimo que cumple con los requisitos impuestos para el proyecto. Pero antes de llegar a él es necesario desarrollar el proceso de diseño, exponer las diferencias entre las diferentes estructuras y justificar las decisiones tomadas hasta llegar al modelo optimizado.

Para los diferentes modelos se presentan gráficas que representan valores característicos de la estructura en función del tiempo.

Los parámetros estudiados para el elemento estructural son:

- Fuerza de reacción
- Energía cinética
- Energía de disipación plástica

La fuerza de reacción representa la fuerza que está afectando al habitáculo supuesto infinitamente rígido y por tanto a los ocupantes, o en su defecto, a lo que se desee proteger. La energía cinética inicial es la misma para todos los ensayos, definida por la masa y la velocidad del elemento que impacta, definidas como constantes. Véase introducción parámetros principales. Por su parte la energía disipada por plastificación se presenta como contrapunto a la energía cinética, en todos los casos el elemento

disipativo va a parar por completo al elemento inercial por lo que esta energía alcanzará valores muy parejos a los de energía cinética inicial. Esto ocurre dada la variación de energía interna es despreciable frente a los valores de energía cinética y plástica.

Por parte del elemento que impacta se muestran:

- Desaceleración
- Velocidad
- Desplazamiento

4.1 Análisis de sensibilidad de la malla

Para la obtención de unos resultados verídicos y que se aproximen a la realidad es necesario que converja el valor obtenido con respecto al número de elementos de la malla, es decir, el resultado debe ser independiente de la malla utilizada para ser considerado bueno.

Antes de comparar diferentes geometrías se va a realizar un análisis del mallado aplicable a todos los modelos que asegure la veracidad de los resultados obtenidos. Para ellos se utiliza la variable de la reacción en el empotramiento, ya que es el criterio principal de diseño.

El modelo utilizado es el de sección cuadrada contante a lo largo de la viga.

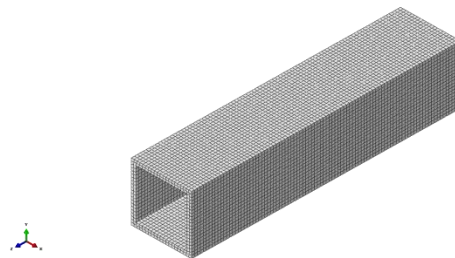


Figura 31. Vista isométrica del elemento disipativo de sección circular

Ensayo	Malla	Número de nodos. Pieza tipo solid
1	Gruesa	11537
2	Media	17625
3	Fina	21261
4	Muy fina	33465

Tabla 3. Número de elementos de cada mallado

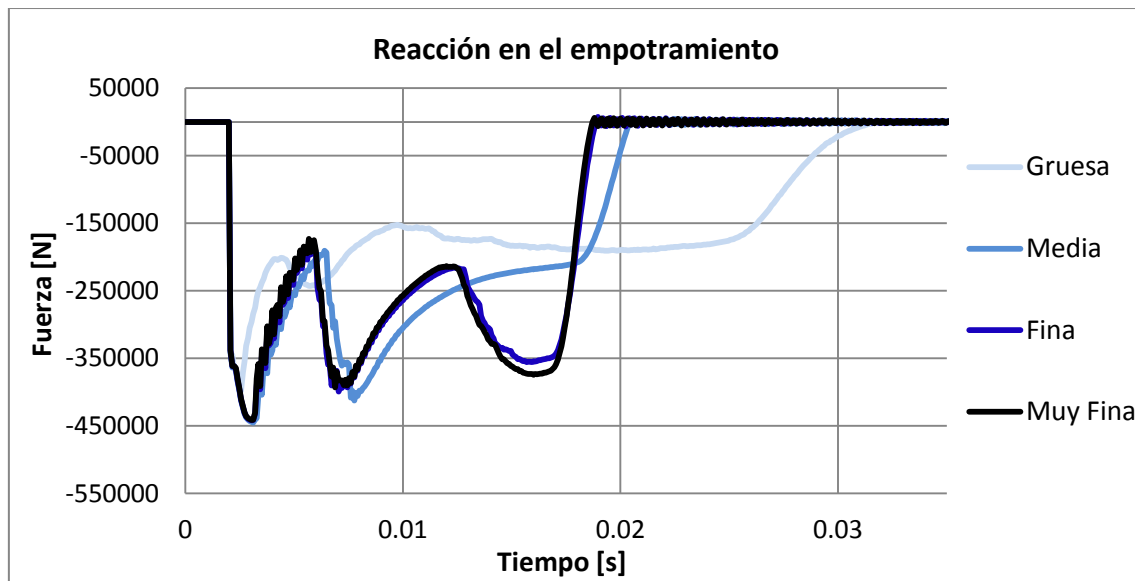


Figura 32. Análisis de la independencia de los resultados con respecto a la malla

En los resultados obtenidos en la Figura 32 se aprecia claramente como las mallas denominadas “Fina” y “Muy Fina”, atendiendo al número de nodos que contienen, arrojan tras la simulación valores muy similares, estando las líneas correspondientes prácticamente superpuestas durante el tiempo de simulación.

Habitualmente, para justificar la independencia de los resultados en función de la malla, se grafica un valor es función de la malla utilizada. Cuando se logra la independencia, el valor será constante e independientemente del número de nodos de la malla. En el caso de estudio es complicado seleccionar un parámetro para analizar su valor al cambiar el mallado, ya que se busca que el comportamiento sea similar a lo largo del tiempo y este tiempo de simulación es distinto para cada modelo. Por ello se basa el criterio en la comparación del comportamiento del valor de la reacción en el empotramiento mostrado en el Figura 32.

4.2 Elementos tubulares de celda única

El objetivo de este apartado es optimizar el comportamiento frente a impacto de elementos de una sola celda en la sección transversal. A priori no se espera que este tipo de elementos vayan a mostrar el mejor comportamiento posible, por lo que el foco principal será sacar conclusiones que se puedan aplicar a modelos con una geometría más elaborada.

4.2.1 Sección circular vs sección cuadrada

Para comenzar con el diseño del elemento disipativo se van a enfrentar los resultados obtenidos para dos estructuras similares cuya diferencia es el espesor de la sección. La primera de ellas es circular mientras que la segunda es cuadrada. El objetivo es obtener la sección que mejor funcione para el objetivo propuesto y a la que se la puedan aplicar modificaciones posteriores que sigan mejorando su rendimiento.

Características principales

Características sección A	
Número de elementos	16455
Número de nodos	24903
Radio Interior [mm]	0.037
espesor [mm]	0.005
Masa [Kg]	1.00341

Tabla 4. Características principales del elemento disipativo de sección circular

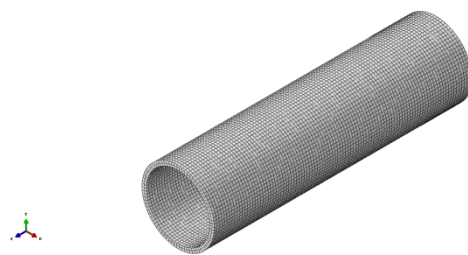


Figura 33. Vista isométrica del elemento disipativo de sección circular

Características sección B	
Elementos	14039
Nodos	21261
Lado [mm]	0.067
espesor [mm]	0.005
Masa [Kg]	1.00440

Tabla 5. Características principales del elemento disipativo de sección cuadrada

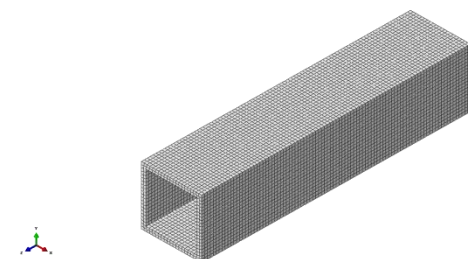


Figura 34. Vista isométrica del elemento disipativo de sección cuadrada

Nótese que el mallado aplicado a la pieza de sección cuadrada es el que se ha utilizado para asegurar la convergencia de los resultados. El hecho de utilizar la denominada como fina y no la posterior es ahorrar tiempo de computación.

A continuación se muestran dos tiras de imágenes con la intención de mostrar el proceso de impacto de cada una de las piezas. Cada *frame* va acompañado de una leyenda donde se puede identificar la tensión de Von Mises con un código de colores.

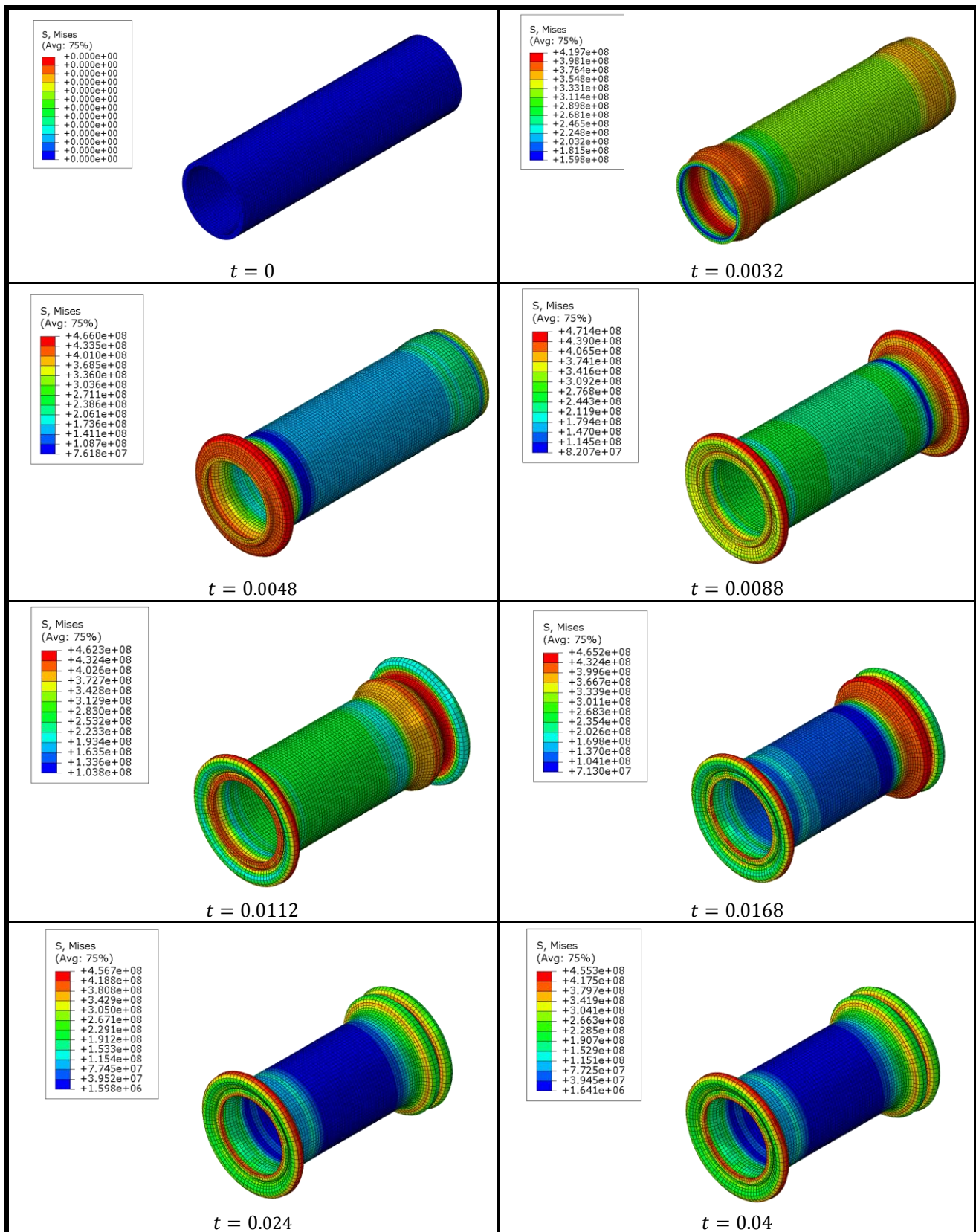


Figura 35. Estado del elemento estructural de sección circular en función del tiempo.

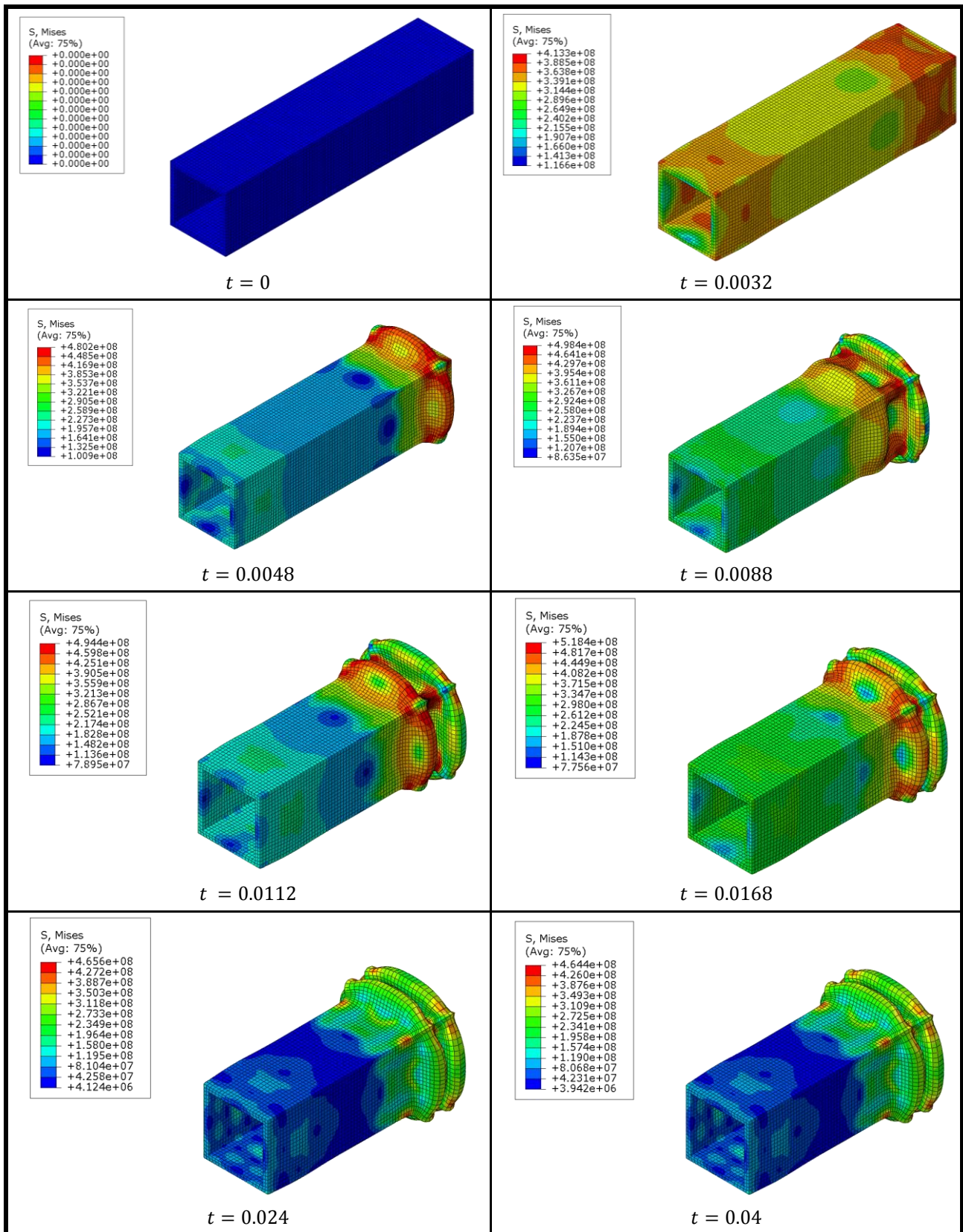


Figura 36. Estado del elemento estructural de sección cuadrada en función del tiempo.

Parámetros característicos

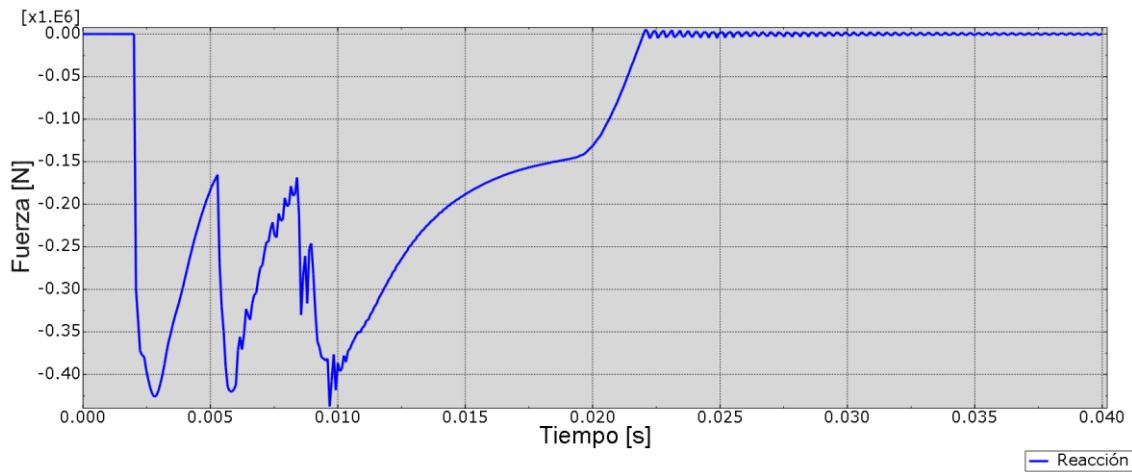


Figura 37. Reacción en el empotramiento. Sección circular.

En la Figura 37 se refleja claramente el proceso de impacto que sufre el elemento disipativo. Los picos que presenta la gráfica coinciden con cada uno de los pliegues que se producen en la estructura. Si se denominan como máximos a los tres picos inferiores y como mínimos a los dos superiores, se puede decir que los picos inferiores reflejan el comienzo de un pliegue en la estructura, mientras que el recorrido entre el pico máximo y su mínimo inmediatamente posterior, es el tiempo empleado en cada uno de los pliegues.

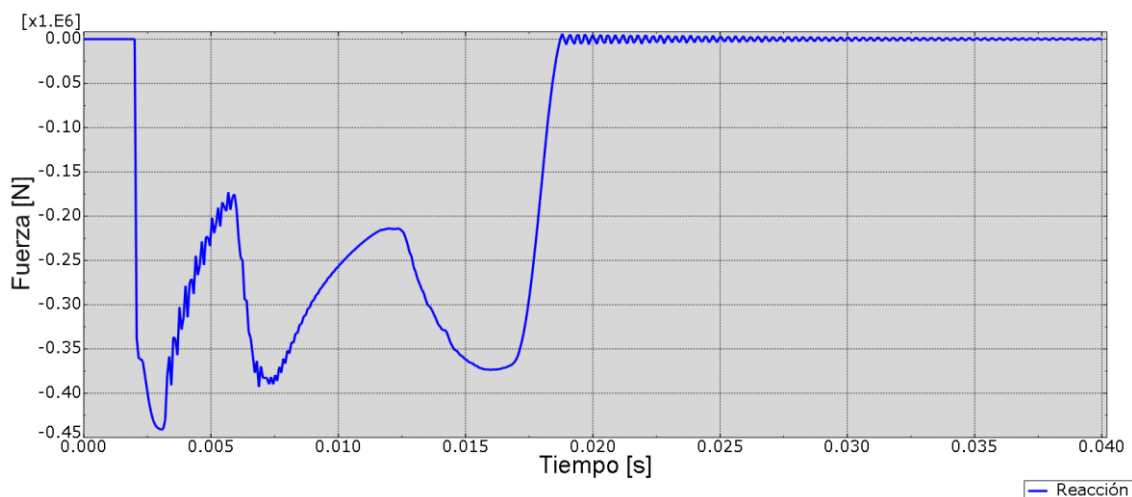


Figura 38. Reacción en el empotramiento. Sección cuadrada.

Al igual que en la Figura 37, la Figura 38 representa los valores de la fuerza de reacción en la parte empotrada de la estructura. La similitud entre ambas es clara pero hay variaciones en los resultados que es necesario analizar.

En este segundo caso los tres picos inferiores no tienen el mismo valor, este va decreciendo en valor absoluto según se producen los pliegues. Si se atiende a los valores que se muestran, el valor de la fuerza en el último comienzo de plegado es aproximadamente un 22% menor sobre el valor del primero. En cuanto al último pico, tras pasar $t = 0.015$, no llega a producir un pliegue en la estructura.

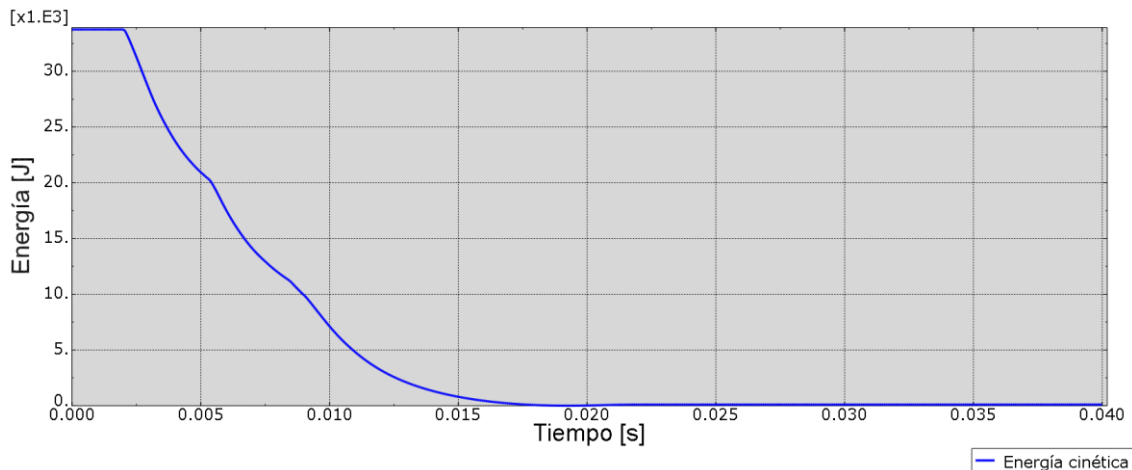


Figura 39. Energía cinética. Sección circular

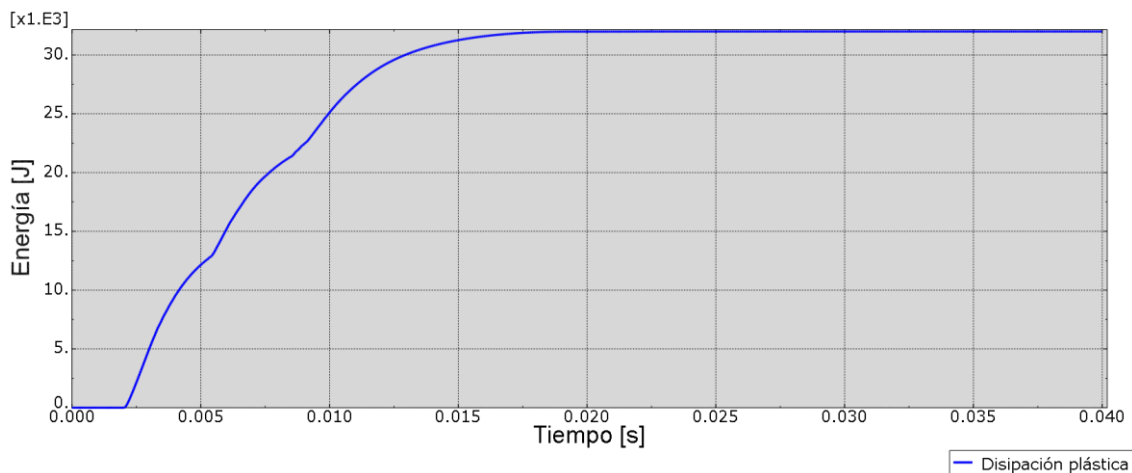


Figura 40. Disipación plástica. Sección circular.

Como ya se ha introducido en la parte inicial del capítulo, la energía disipada por deformación plástica tiene su origen en la energía cinética que posee el elemento que impacta contra la estructura. Observando de forma conjunta la Figura 39 y Figura 40 se aprecia claramente cómo se produce este intercambio aparentemente gradual en el tiempo hasta que el elemento disipativo consigue detener al elemento que impacta.

Por su parte para la sección cuadrada se obtienen la Figura 41 y Figura 42 con valores muy similares a las dos anteriores.

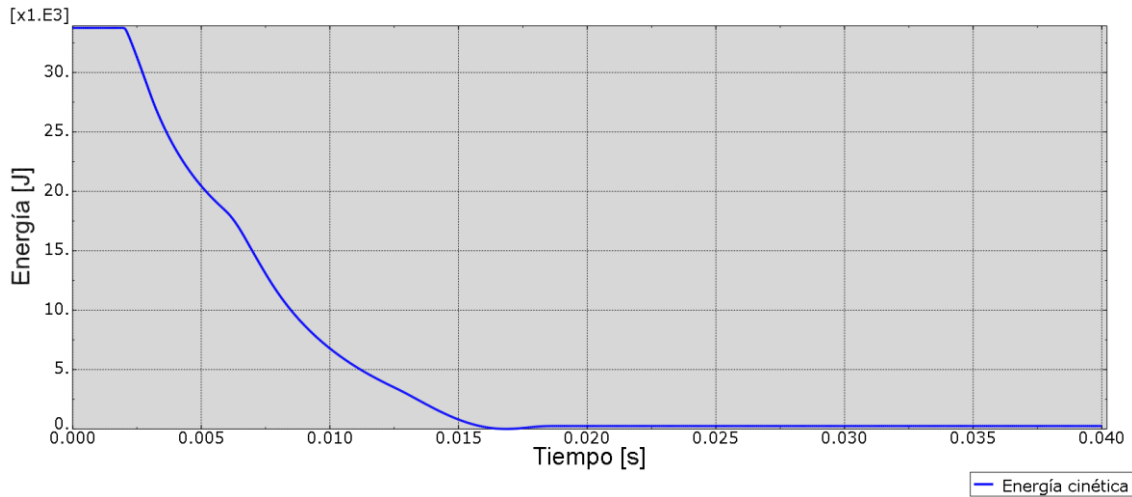


Figura 41. Energía cinética. Sección cuadrada

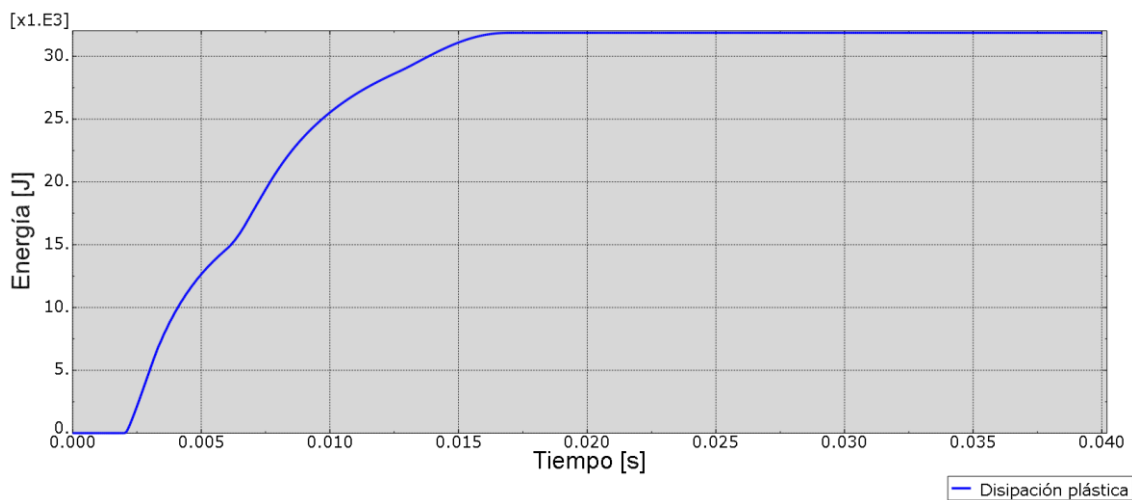


Figura 42. Disipación plástica. Sección cuadrada

Otro de los parámetros importantes que aporta mucha información sobre la fuerza que pueda sufrir el sistema que se esté protegiendo es la desaceleración que sufre el elemento con velocidad inicial. La aceleración, en este caso negativa, está ligada a la fuerza que sufre la estructura a través de la masa y por tanto a las reacciones que se producen en el empotramiento.

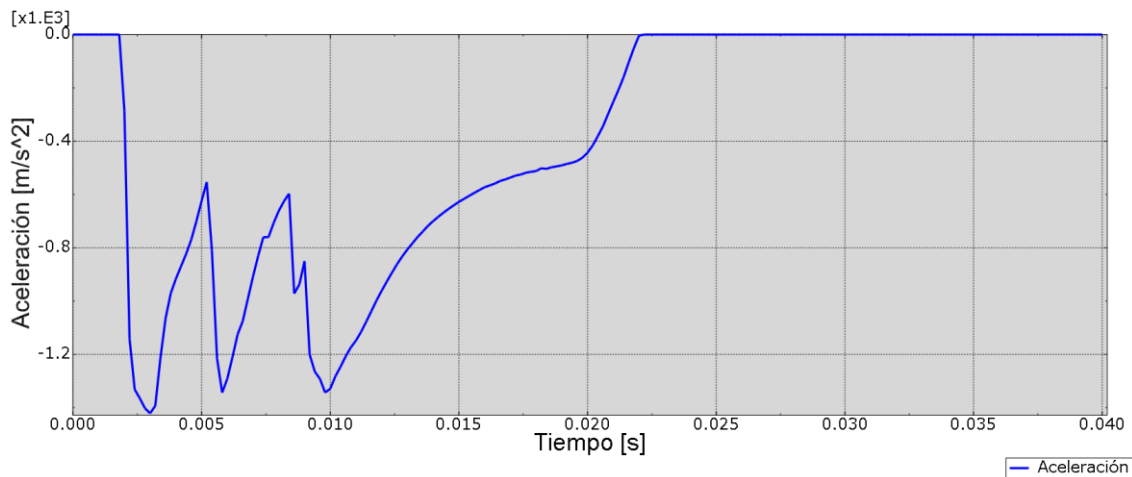


Figura 43. Desaceleración. Sección circular

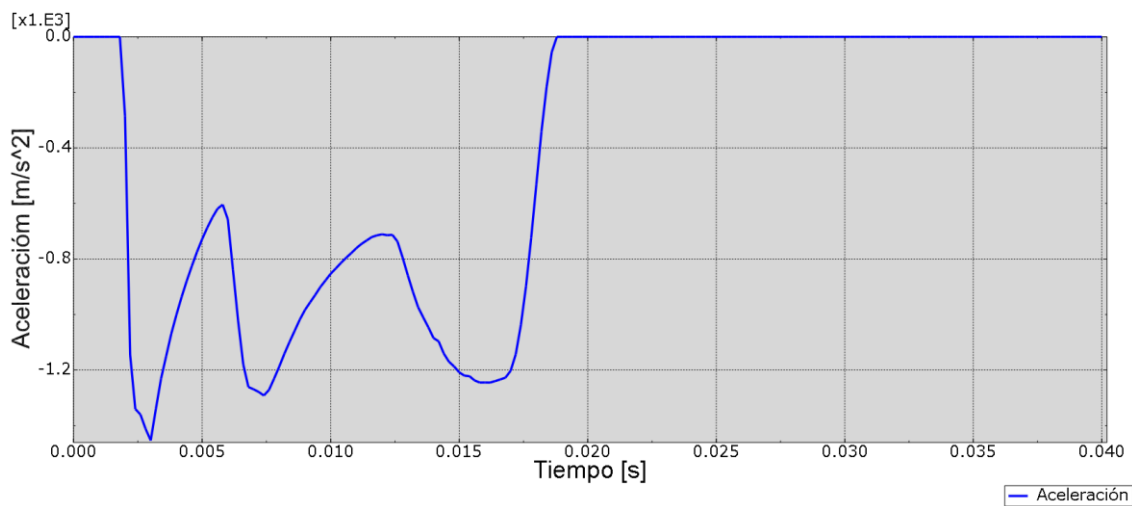


Figura 44. Desaceleración. Sección cuadrada

Tras obtener los resultados de la aceleración para cada una de las secciones se comprueba que la dependencia en el tiempo de la aceleración es igual que la de la reacción en el empotramiento del final de la estructura. Esto ocurre ya que prácticamente la totalidad de la reacción del empotramiento es perpendicular el plano de este.

Conclusiones

El tipo de sección seleccionado para continuar con el diseño es la cuadrada. Las causas son las siguientes:

- Los valores de reacción máxima son más bajos.
- Los valores extremos se atenúan en los pliegues sucesivos.
- En número de pliegues es menor para frenar la misma inercia, por lo que la energía disipada por cada pliegue es mayor.

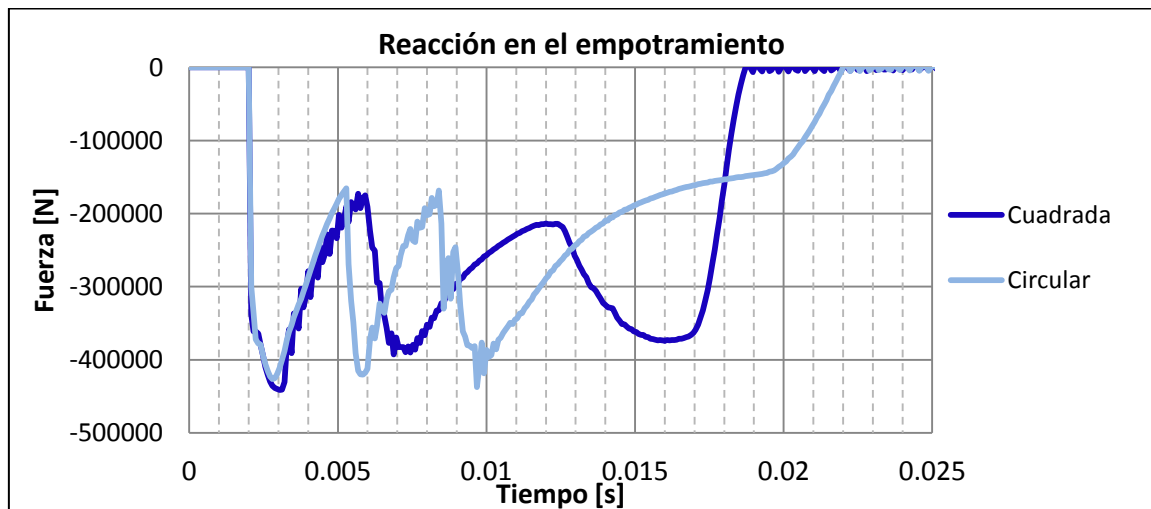


Figura 45. Comparativa de la reacción para los dos tipos de sección.

4.2.2 Sección Variable

Una vez seleccionado el perfil de forma cuadrada es necesario mejorar su rendimiento introduciendo mejoras que sigan favoreciendo a los requisitos de diseño. La primera de ellas es hacer variable el espesor de la sección en función de la longitud.

La fuerza recogida en el primer contacto es la más alta de todo el impacto, ya que el elemento rígido impacta a máxima velocidad. La reacción no disminuye hasta que el primer plegado absorbe parte de la energía, siendo los picos sucesivos menores para la sección cuadrada como se ha demostrado en el apartado anterior.

Con la sección variable se espera que se reduzca la fuerza necesaria para que se produzca el primer pliegue, ya que el espesor en la zona del contacto inicial será menor. De esta forma se intenta reducir el valor máximo de la fuerza de reacción.

Características principales

Características sección C	
Elementos	17975
Nodos	27273
Lado [mm]	0.061 - 0.069
Espesor [mm]	0.003 - 0.007
Masa [Kg]	0.998

Tabla 6. Características principales del elemento
disipativo de sección cuadrada variable

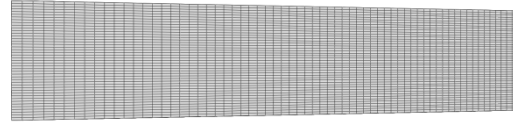
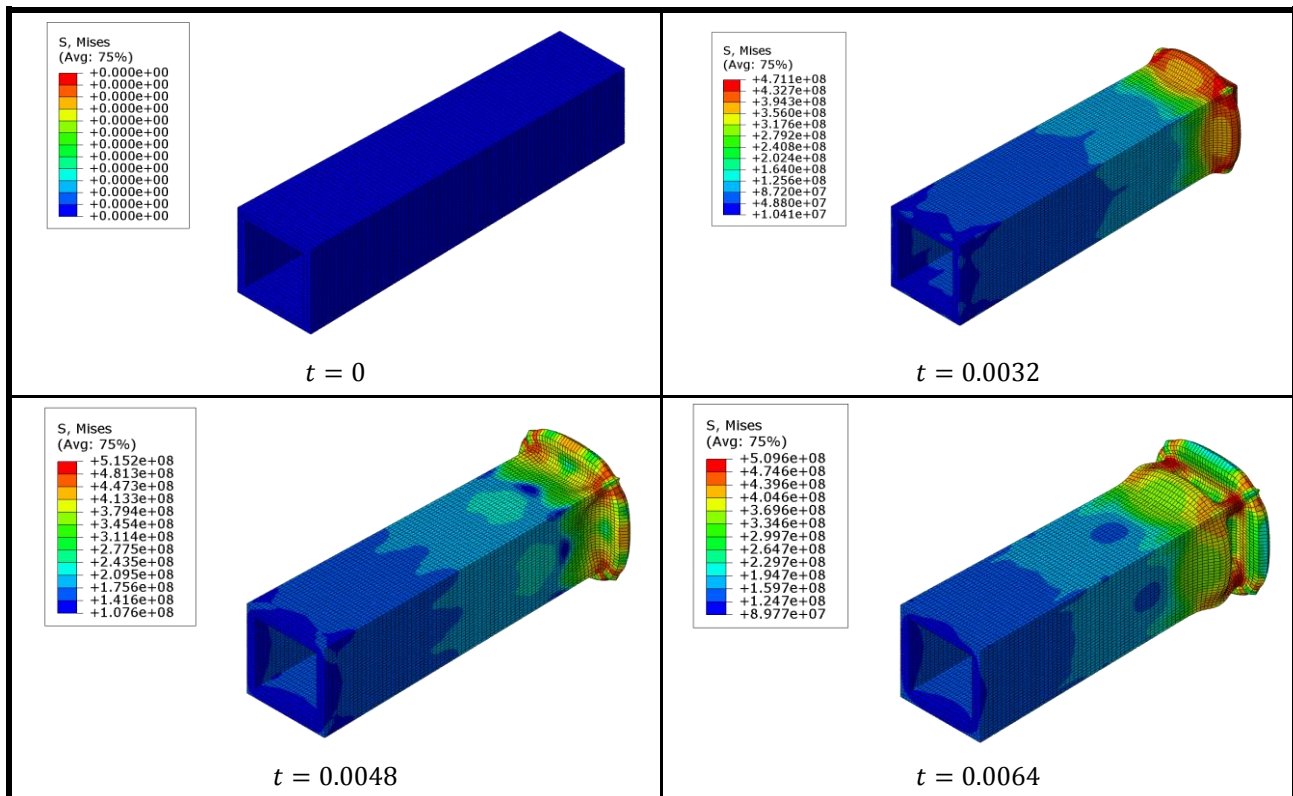


Figura 46. Vista del plano ZY del elemento
disipativo de sección cuadrada variable

La diferencia de espesor entre la zona del empotramiento y el lado opuesto es de
4 mm.



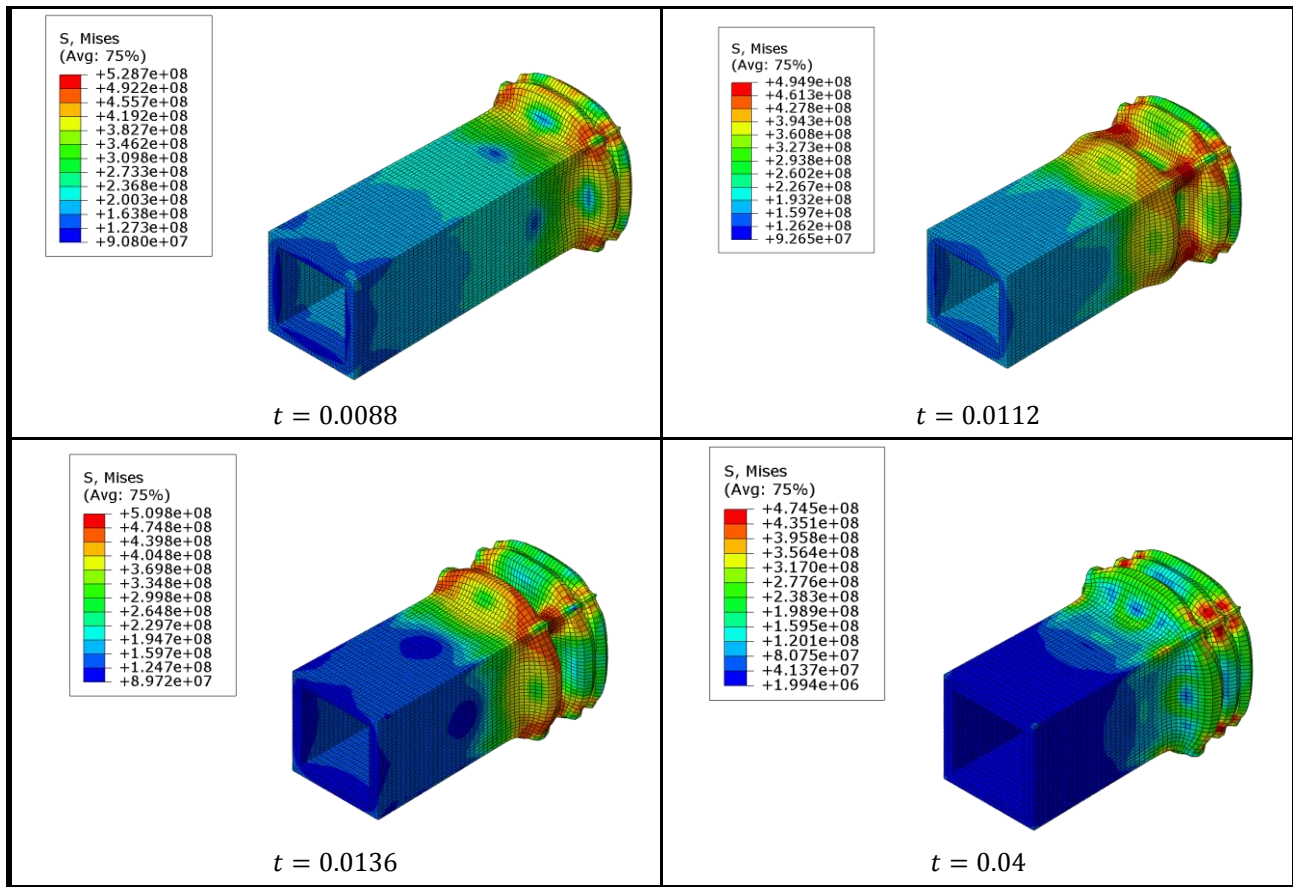


Figura 47. Estado del elemento estructural de sección variable en función del tiempo.

Parámetros característicos

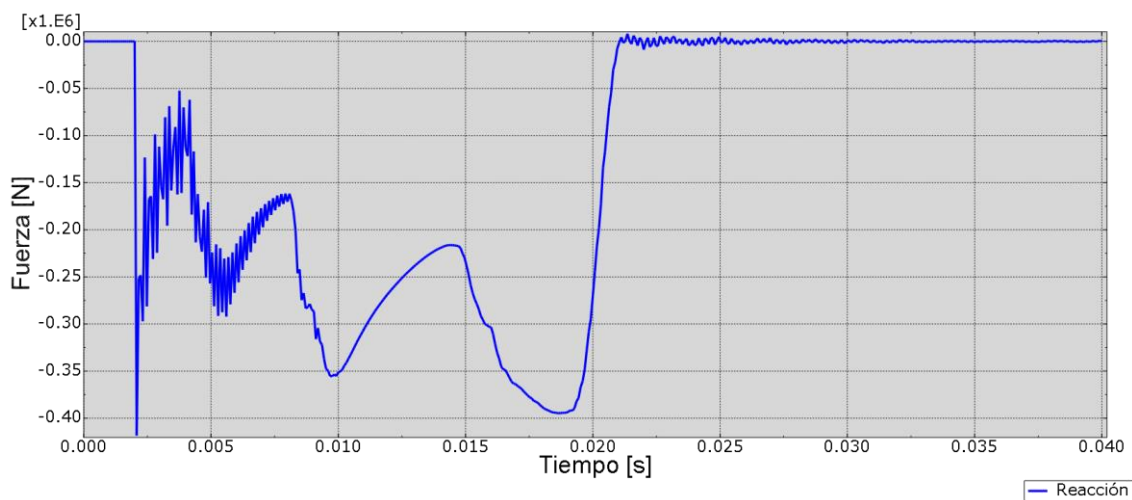


Figura 48. Reacción en el empotramiento. Sección cuadrada variable.

Los valores obtenidos tras la simulación son los esperados. Aunque pueda parecer que la fuerza en el momento del contacto es muy similar a la viga con sección cuadrada constante, el hecho de que la fuerza sea tan sumamente puntual indica que el valor del pico inicial es producto de la condición de contacto que se produce en el instante de la colisión. Puede asumirse utilizando un suavizado de la línea, que los valores verídicos son aquellos que se conservan una mínima duración en el tiempo que sea representativa.

Para demostrar este hecho se utilizan los valores de la aceleración durante el impacto. Como se comentó anteriormente, los valores de la aceleración representan la fuerza por unidad de masa en la dirección longitudinal que soporta el empotramiento. En la Figura 49 se puede ver el efecto que causaría el suavizado de los valores de la fuerza de reacción. En este caso no hay condiciones de contacto puntuales que alteren los resultados formando picos sin extensión representativa en el tiempo.

El valor del primer pico de aceleración es -865.225 m/s^2 y la masa que impacta son 300 Kg . Con el producto de estos dos valores se halla la fuerza real en el primer instante de la colisión.

Siendo:

$$F = m \cdot a$$

Dónde:

$$m = 300 \text{ Kg}$$

$$a = -865.225 \text{ m/s}^2$$

Entonces:

$$F \approx -0.26 \cdot 10^6 \text{ N}$$

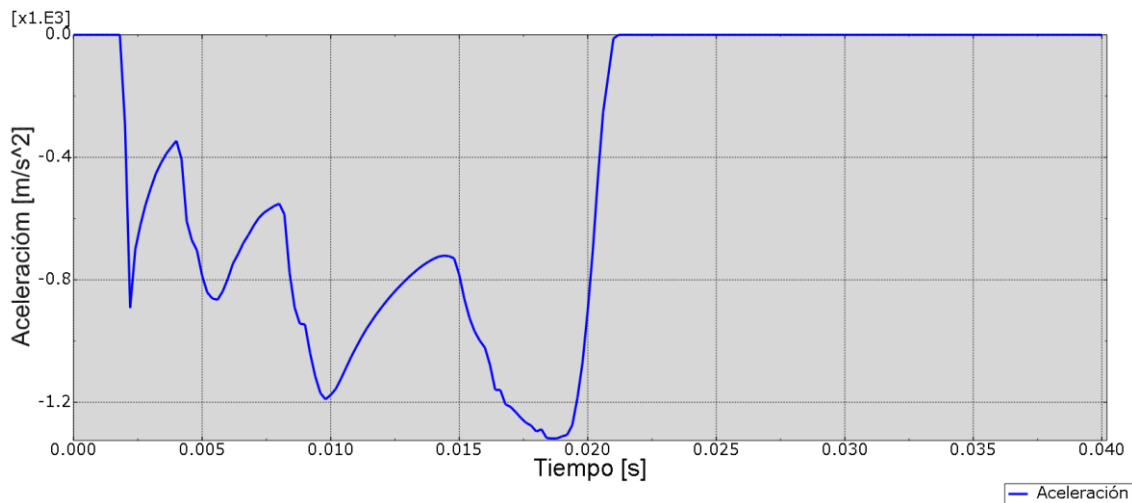


Figura 49. Aceleración del elemento que impacta. Sección cuadrada variable.

El valor obtenido para la fuerza coincide con los valores de la reacción que empiezan a tener extensión en el tiempo como puede observarse en Figura 48.

Esta vez se muestran en una misma figura los valores de energía cinética y disipación plástica para la sección cuadrada variable en comparación con la constante. La transformación de energía cinética en energía disipada plásticamente se desarrolla de la misma forma para las dos secciones, véase Figura 50. Al analizar los datos obtenidos se observa que la sección mejorada hace que el tiempo de colisión sea mayor. Este fenómeno es visible también si se comparan los perfiles de las figuras de reacción en el empotramiento, Figura 52, ya que todos los parámetros estudiados dependen del tiempo.

A parte de aumentar el tiempo de colisión, queda demostrado que los valores de energía disipada son en todo momento menores hasta igualarse en el final del proceso, lo que favorece que el impacto sea más suave y progresivo en el tiempo.

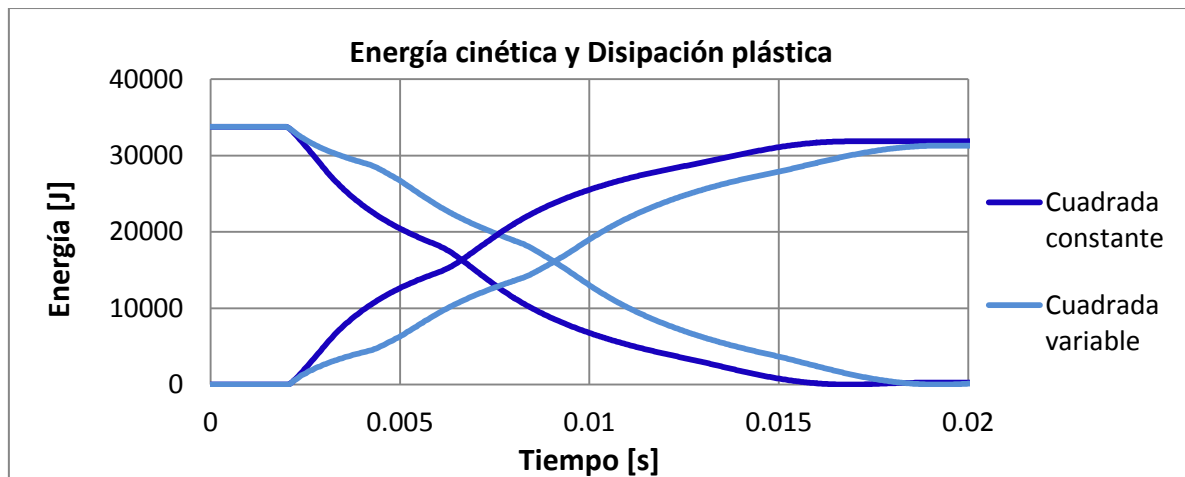


Figura 50. Energía cinética y de disipación plástica para ambas secciones.

Sección	Tiempo para igualación de energía cinética y disipada [s]	Tiempo para la disipación de toda la energía [s]
Constante	0.00664	0.0168
Variable	0.00908	0.01924
Aumento	37%	13%

Tabla 7. Valores característicos de la Figura 50.

La Tabla 7 aporta un valor porcentual sobre lo que se aprecia en el gráfico. El tiempo transcurrido hasta la detención total del elemento que impacta es notablemente más parecido que el empleado hasta la igualación del intercambio de energía. Esto ocurre por el aumento del espesor, siendo este menor en el inicio donde se reduce la energía disipada por el primer pliegue. A medida que el espesor aumenta el comportamiento de la sección mejorada se va pareciendo más a la sección con espesor constante.

Para completar la comparación de energía se muestra el desplazamiento en función del tiempo que acumula el elemento que impacta. Recordar que desde la posición inicial hasta el inicio de la viga hay 3 cm, por lo que durante ese periodo el desplazamiento será lineal hasta que se produzcan variaciones en la velocidad producto del impacto (línea gruesa vertical).

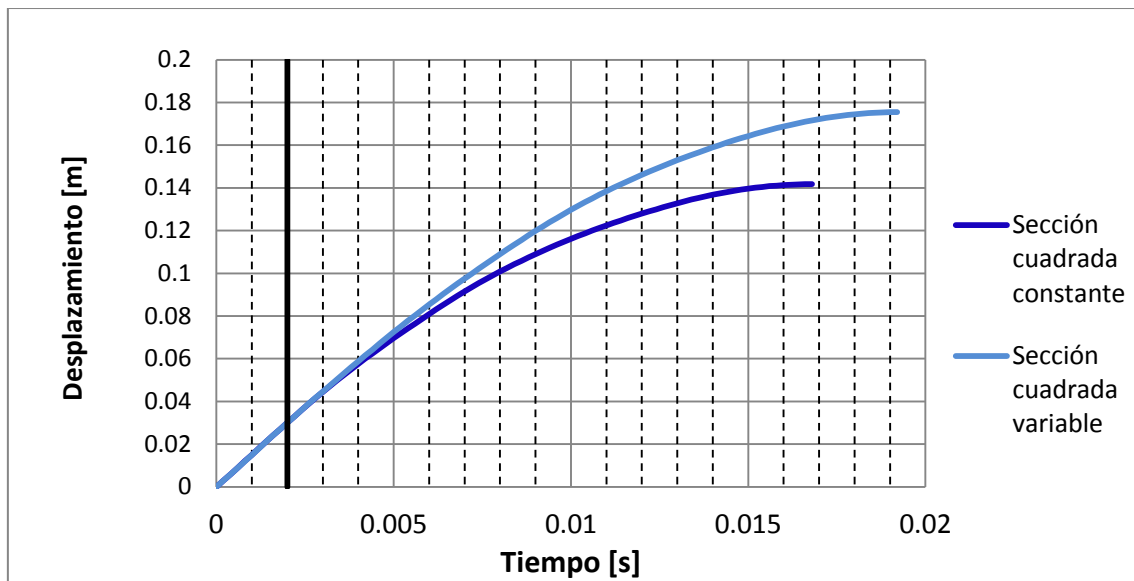


Figura 51. Desplazamiento del elemento que impacta para diferentes secciones.

Conclusiones

Los resultados obtenidos para la sección cuadrada modificada han sido los esperados, se ha aumentado el tiempo de impacto forzando de esta forma que se reduzca la reacción en el empotramiento en las fases iniciales del impacto. Por tanto, el comportamiento frente a impacto del elemento estructural de sección variable es notablemente mejor que el de sección constante.

En este caso, el número de pliegues pasa a ser tres, comportamiento lógico dadas las modificaciones realizadas. El siguiente objetivo sería reducir la fuerza del tercer plegado, valor máximo de reacción para el diseño con sección variable.

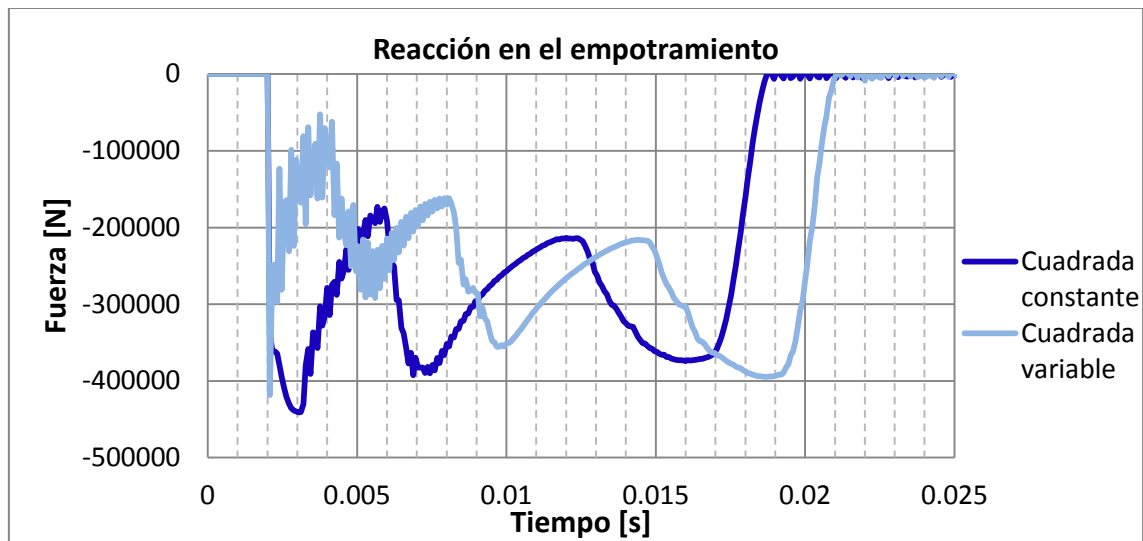


Figura 52. Fuerza de reacción para diferentes tipos de sección.

La Figura 52 muestra los valores de la reacción en el empotramiento para los dos últimos elementos comparados. Se aprecia claramente como el valor máximo a reducir pasa a formar parte del tercer plegado.

El hecho de ser el tercer pliegue quien acumule mayor valor de reacción podría ser contradictorio para secciones constantes, pero no con la variable. El valor creciente del espesor hace que la capacidad de desaceleración de la estructura sea mayor y por consiguiente la fuerza que sufra el empotramiento como reacción.

Para verificar este comportamiento se ha simulado otra estructura con una sección variable más pronunciada. Las características de la estructura son prácticamente idénticas a la estudiada en este apartado con la salvedad de que la oscilación del espesor está comprendida entre 0.002 y 0.008 metros (sección 2-8). Recordar que la definida como sección variable oscilaba entre 0.003 y 0.007 metros (sección 3-7).

Los resultados obtenidos para los dos tipos de sección variable se representan en la Figura 53. Como cabía esperar la fuerza obtenida en el tercer pliegue es mucho mayor, no solo por acumular un mayor valor del espesor según avanza el choque, también es importante el hecho de que el elemento que impacta está sometido a menos resistencia en la fase inicial del impacto, por lo que llegará con más inercia al comiendo del tercer plegado, justo donde el espesor ha aumentado lo suficiente como para que el valor de la reacción se eleve demasiado.

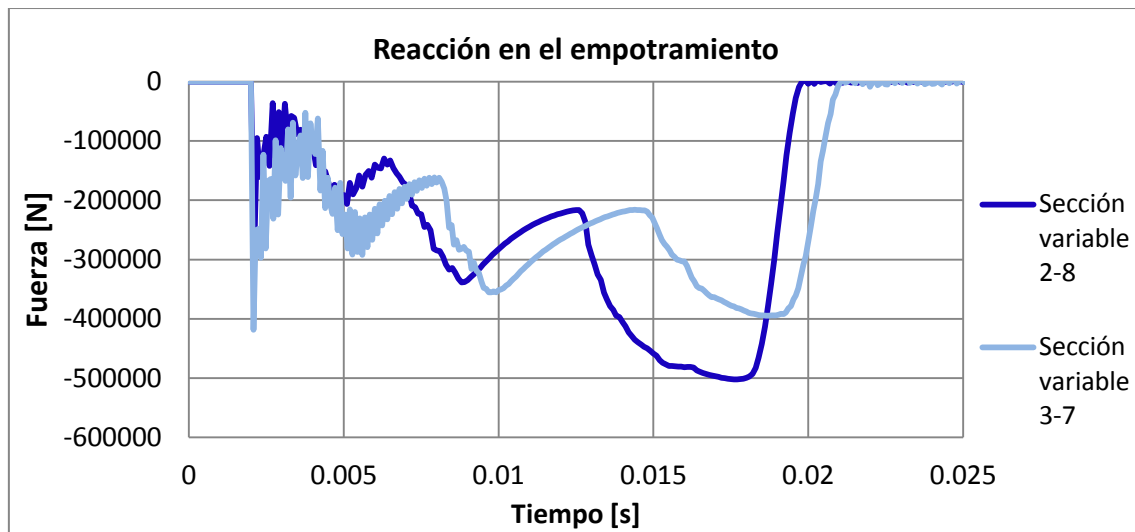


Figura 53. Representación de la fuerza en el empotramiento para diferentes tipos de sección variable

4.2.3 Espesor mínimo

Comprobado que la progresividad correcta en el espesor de la sección mejora los resultados. Se va a estudiar una nueva forma de aumentar la eficiencia en la disipación de la energía.

En este caso se va a hallar el espesor necesario para aprovechar todo el material del elemento, es decir, que se produzcan pliegues hasta llegar al final de la viga. De esta forma la energía disipada por plegado será menor pero el aumento de la facilidad con la que se producen disminuirá la fuerza de reacción y la oscilación entre picos y valles al representar los datos.

Se comienza con un espesor suficientemente pequeño y se va aumentando en cada uno de los modelos como se muestra en la Tabla 8.

	Sección D	Sección E	Sección F	Sección G
Elementos	10855	12055	13255	20055
Nodos	10964	12177	13389	20257
Lado m [mm]	0.083855	0.0934	0.1031	0.15206
espesor [mm]	0.003855	0.0034	0.0031	0.00206
Masa [Kg]	1	1	1	1

Tabla 8. Características principales de las secciones.

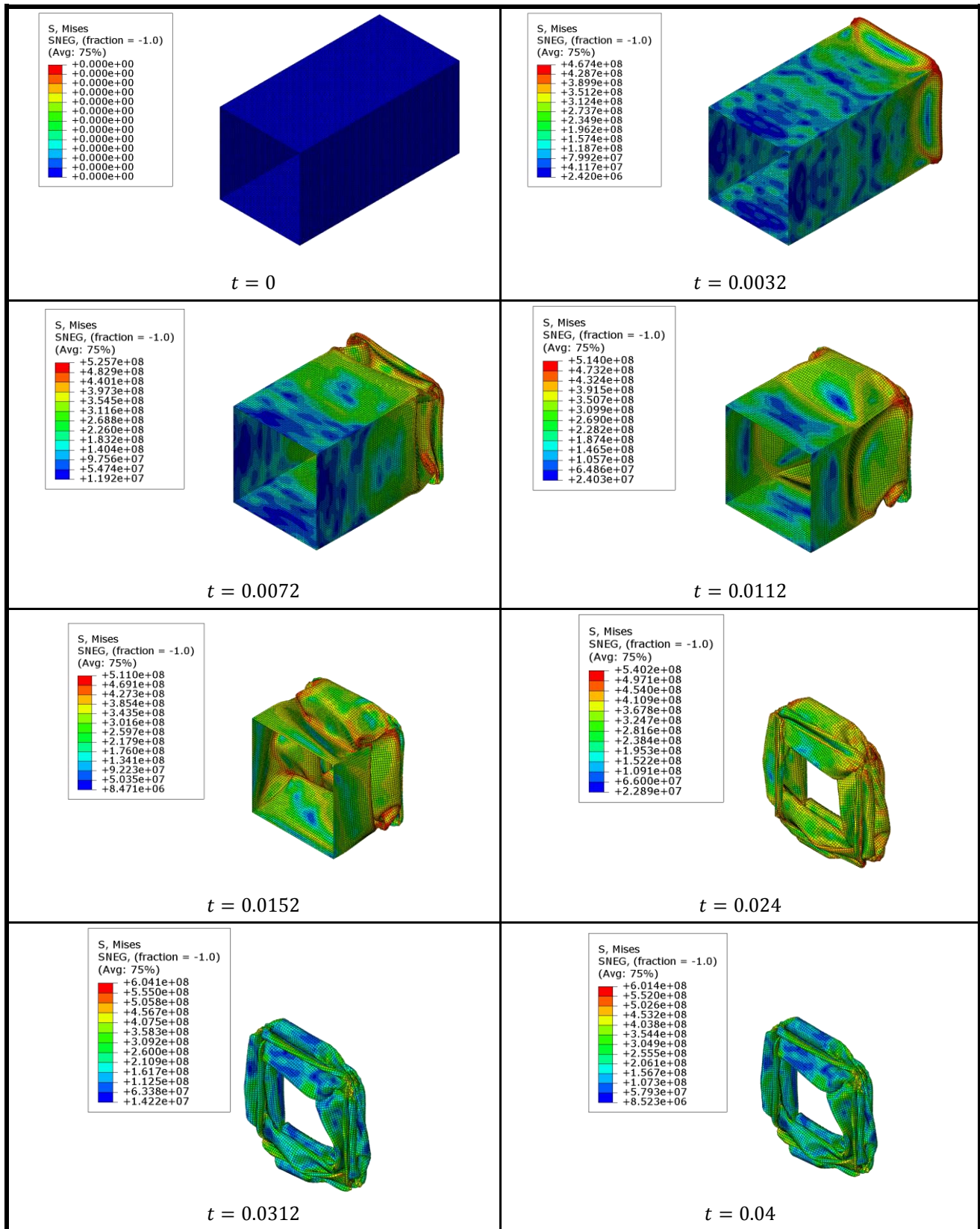


Figura 54. Evolución de la sección G

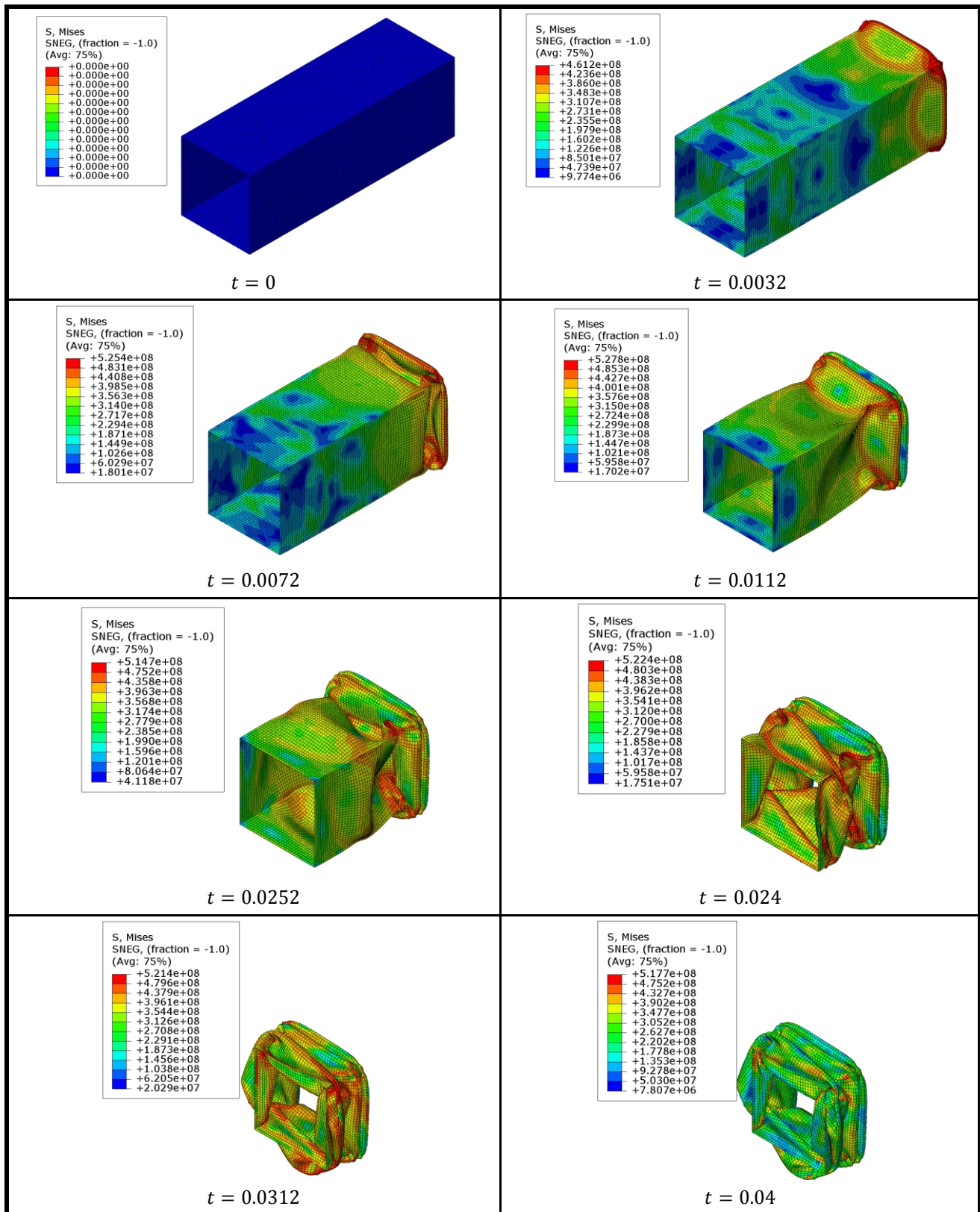


Figura 55. Evolución de la sección F

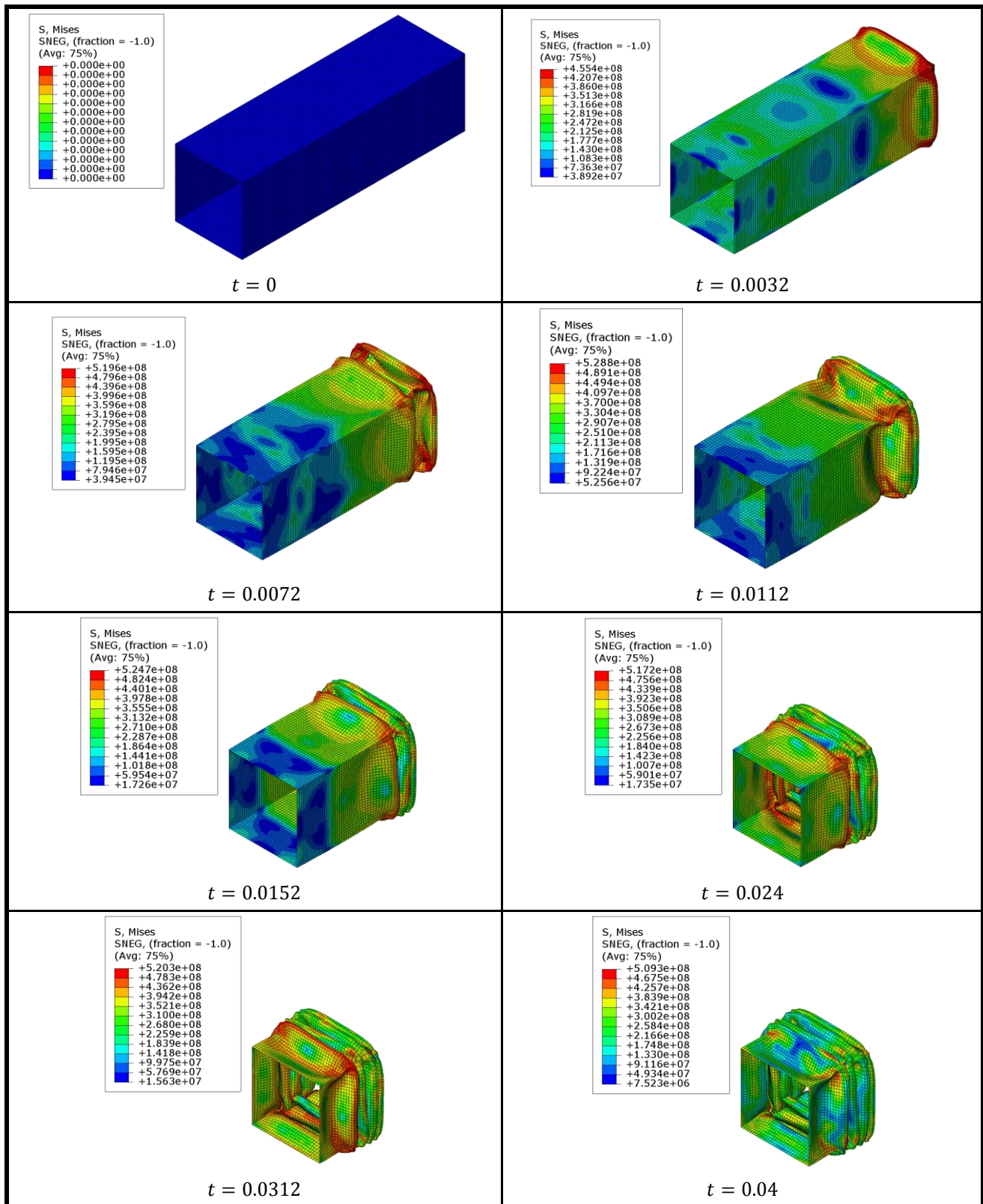


Figura 56. Evolución de la sección E

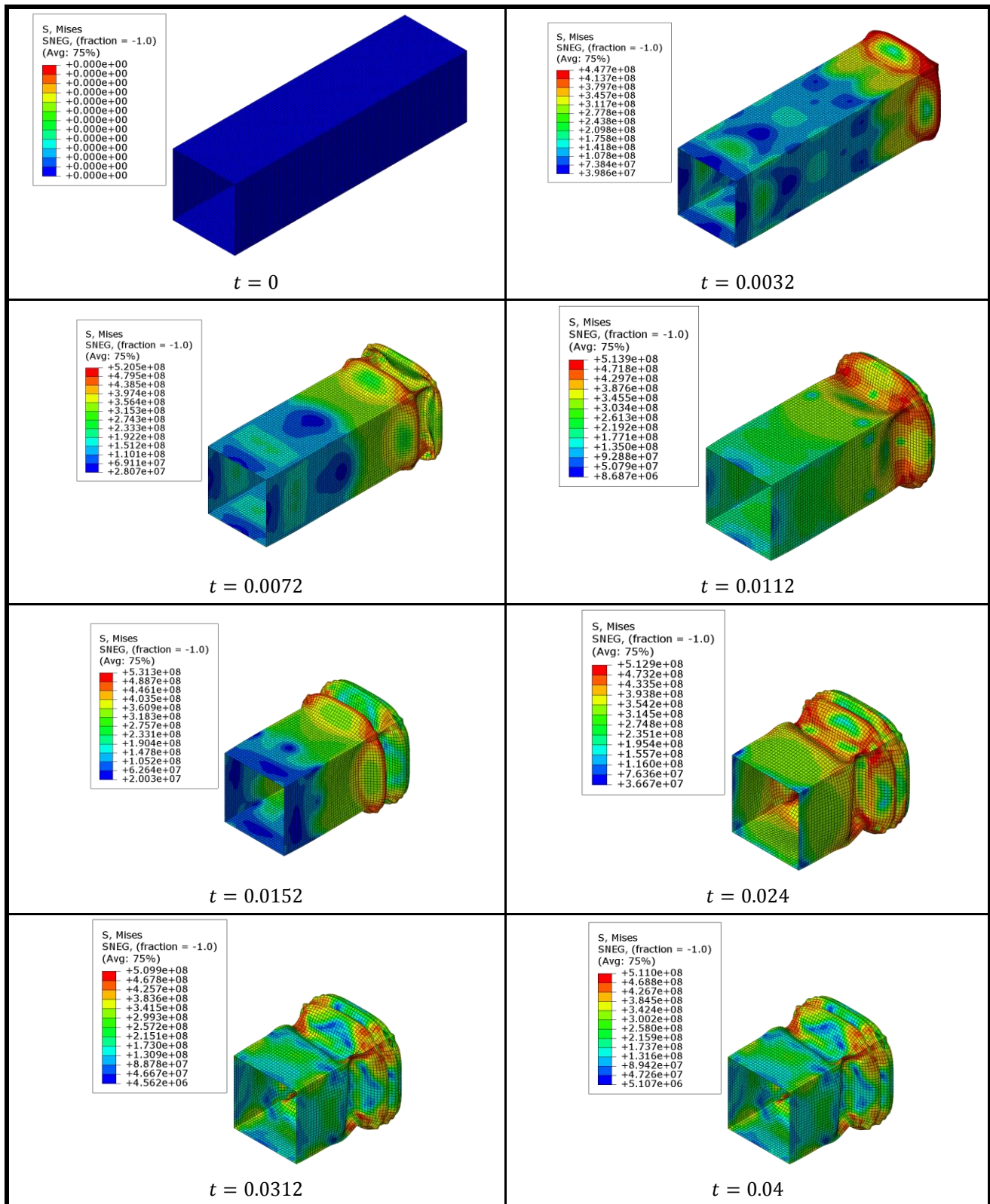


Figura 57. Evolución de la sección D

Parámetros característicos

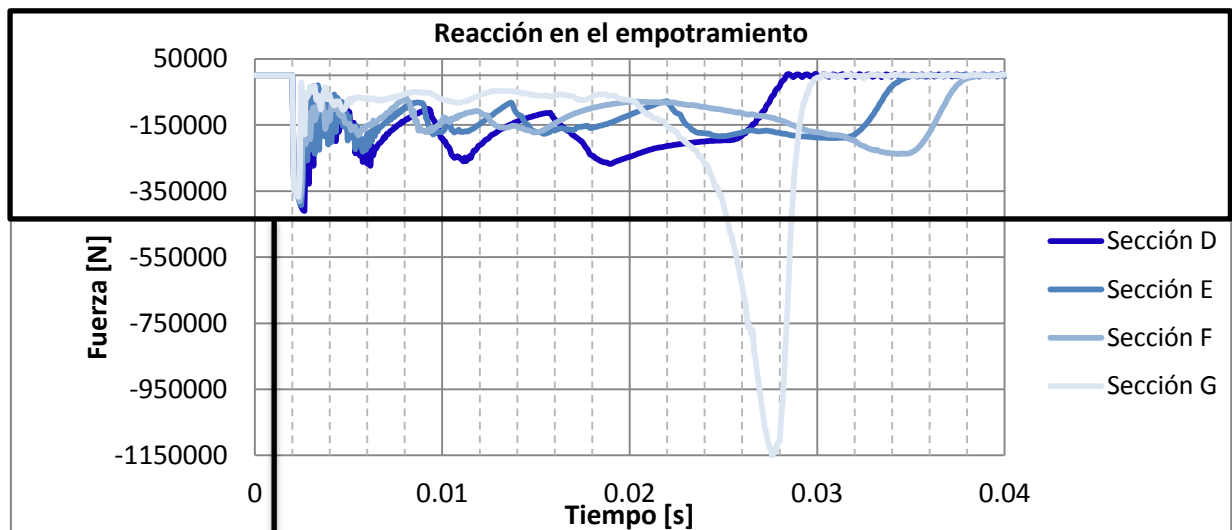


Figura 58. Fuerza en el empotramiento secciones D,E,F y G

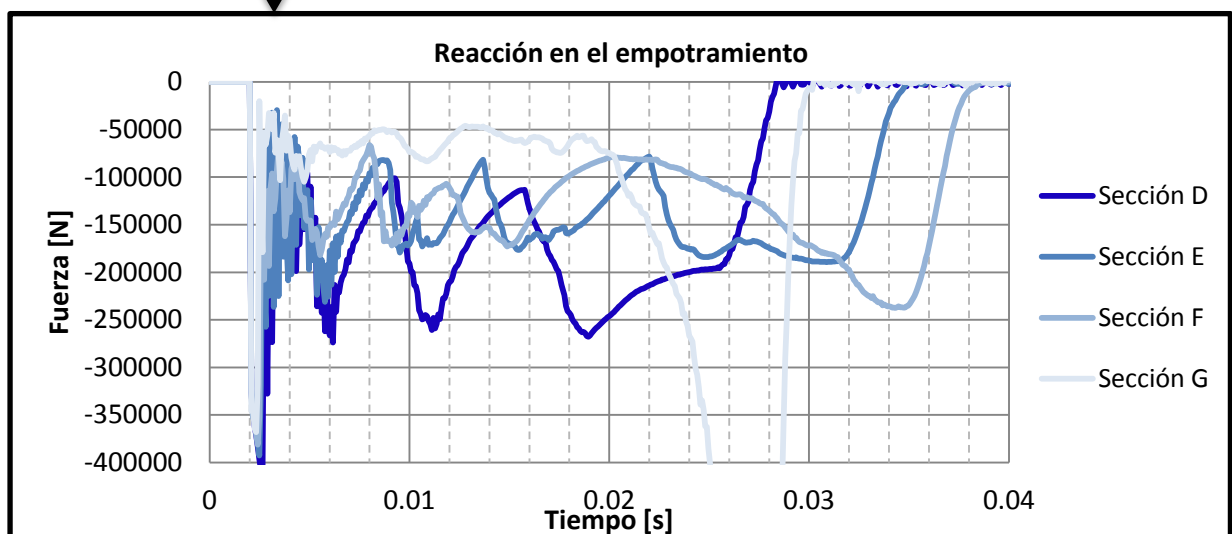


Figura 59. Zoom sobre la Figura 58

Al comparar las curvas de cada una de las secciones, el espesor óptimo resulta ser el de la sección E, 34 mm. En las simulaciones de elementos con mayor espesor se obtiene un valor alto de la fuerza al final del recorrido ya que la estructura no ha sido capaz de parar al elemento que impacta con los plegados anteriores y este comprime la estructura sin posibilidad de más disipación hasta pararse por completo. Ejemplo de este fenómeno es la sección G.

Por su parte, espesores mayores a 34 mm provocan un comportamiento parecido al estudiado con la sección circular y cuadrada del apartado anterior (sección D).

El punto crítico para la sección con espesor optimizado es la fuerza inicial. Se ha comprobado que reducir el espesor en la parte inicial de la sección y hacer que aumente a lo largo de esta disminuye la fuerza inicial. Sin embargo, aplicar este sistema a una estructura que tiene el espesor estimado para plegase por completo no resulta beneficioso. En las Figura 60 se ha representado la sección de espesor constante optimizado y la sección H, otra estructura con sección variable basada en la sección E.

	Sección H
Elementos	12055
Nodos	12177
Lado m [mm]	0.0934
espesor [mm]	0.0025-0.0043
Masa [Kg]	1

Tabla 9. Características principales sección H

El hecho de poseer un espesor variable hace que la fuerza inicial disminuya, como se puede apreciar mediante la representación desaceleración y la reacción, pero el aumento que se produce en el resto de valores a lo largo del impacto no compensa la mejora inicial.

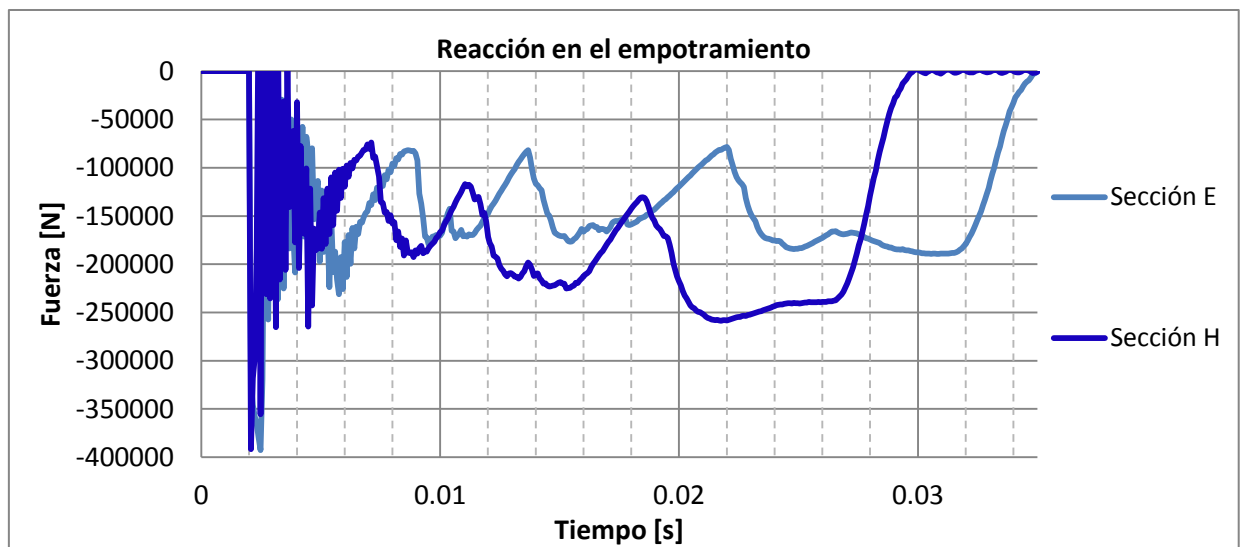


Figura 60. Fuerza en el empotramiento para las secciones E y H.

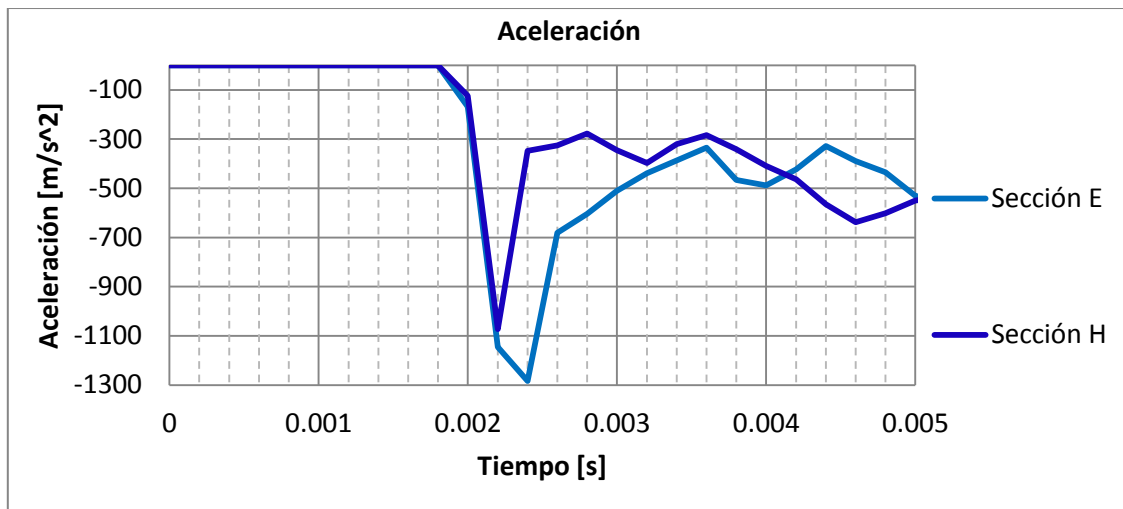


Figura 61. Valores de aceleración para el comienzo del impacto de la sección H y E.

Al ajustar el espesor para la máxima compresión de la estructura se pierde gran parte de la capacidad de reducción de la fuerza inicial utilizando un espesor variable pero se ganan propiedades más importantes. Ahora, el elemento es más eficiente en la disipación, la energía absorbida es la misma, mientras la fuerza se ha reducido en magnitud y se ha alargado en el tiempo. El espacio recorrido por el elemento que impacta aumenta y los valores de disipación plástica son más progresivos en el tiempo.

Estas propiedades son graficadas para las secciones multicelda de cuatro cajones del siguiente apartado. Se va a realizar el mismo procedimiento y se argumentan estas características para las secciones de cuatro cajones antes de comparar la sección E, sección optimizada de un cajón, con su homóloga de cuatro celdas.

4.3 Elementos tubulares multicelda

Una vez estudiadas varias configuraciones de los elementos de una sola celda en la sección se pretende utilizar el conocimiento adquirido para mejorar la capacidad de disipación de energía utilizando elementos con varias celdas en el corte de la sección. La convergencia de la malla utilizada para estos elementos sigue el mismo procedimiento que el utilizado anteriormente. En este caso se pasa directamente a mostrar los resultados.

Los motivos por el cual se selecciona este método son los siguientes:

- Tras estudiar los tubos de una celda se aprecia claramente que la oscilación de la fuerza entre pliegues es elevada. Con la división de la

sección se espera reducir esta oscilación aumentando la frecuencia y reduciéndola longitud de tubo que se ve implicado en cada pliegue.

- Con una sección multicelda se pretende disminuir el espesor de la sección, puesto que el área de la sección debe ser el mismo que en las simulaciones anteriores para mantener la masa en un kilogramo. Se ha comprobado que la disminución del espesor favorece la bajada de la fuerza inicial que se registra en el empotramiento.
- Se va a prestar especial interés al hecho de que el plegado no se va a producir solo en el perímetro del tubo, sino que las zonas interiores también tendrán capacidad de disipar energía por este medio.

4.3.1 Sección de cuatro celdas

El primer prototipo de múltiples celdas en la sección estudiado es el representado en la Figura 62.

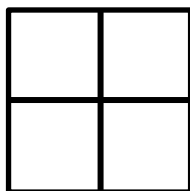


Figura 62. Representación del perfil de la sección.

El primer objetivo es lograr aprovechar todo el material del que dispone el elemento disipador de energía, es decir, que el proceso de absorción se prolongue por toda la longitud del elemento al igual que se consiguió con el elemento de un solo cajón. Después se continúa con el análisis de la energía disipada y el desplazamiento acumulado para una y cuatro celdas en la sección.

Con el estudio del elemento de sección cuadrada constante se obtuvo como resultado un espesor óptimo de 34 mm. En este caso, el número de plegados está entre cuatro y cinco ya que no se llega a completar el último.

Se van a simular varios elementos iguales en los que el único cambio es el espesor de la sección, sin que exista diferencia entre la parte perimétrica y la interior.

Como es lógico, según disminuya el espesor el área encerrado por la sección será mayor y se espera que la facilidad para doblar del material también lo sea.

Características principales

	Sección 1	Sección 2	Sección 3	Sección 4
Elementos	14707	15655	18619	20455
Nodos	14505	15510	18549	20358
Lado m [mm]	0.06344	0.07775	0.10206	0.1168
espesor [mm]	0.00344	0.00275	0.00206	0.00180
Masa [Kg]	1.00	1.00	1.00	1.01

Tabla 10. Características principales de las secciones de cuatro cajones.

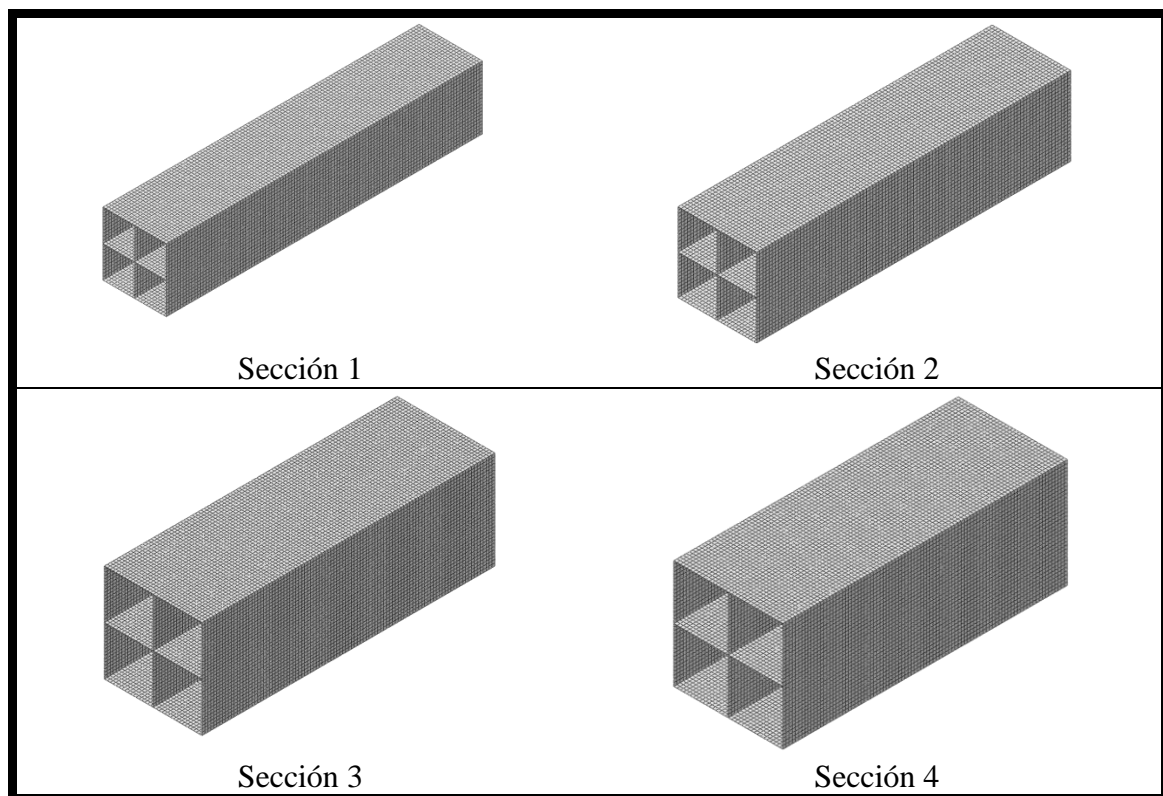


Figura 63. Evolución de la sección al disminuir el espesor.

A continuación se muestran los procesos de impacto para cada uno de los valores del espesor. Dependiendo del tiempo estimado para el impacto, el último *frame* corresponde a tres o cuatro centésimas de segundo.

En los apartados posteriores se presentan los resultados de forma conjunta para las cuatro secciones. Como puede observarse en las secuencias, según se disminuye el espesor para una masa constante, la capacidad para plegarse y disipar la energía de una forma eficiente aumenta.

Otro aspecto a tener en cuenta es el perfecto estructurado de la deformación para las secciones de cuatro cajones en comparación con las de uno. El hecho de reducir el área entre divisiones hace que la programación de la deformación quede mejor definida y por tanto se aproveche al máximo la capacidad de la estructura. La Figura 64 muestra dos estructuras que han sido comprimidas al final del impacto por no ser capaces de disipar toda la energía durante el mismo (sección F y sección 4). Aun así, la sección con cuatro cajones no se ve saturada y su deformación es perfectamente estructurada, lo que indica que la disminución de área libre interior ayuda a controlar la deformación.

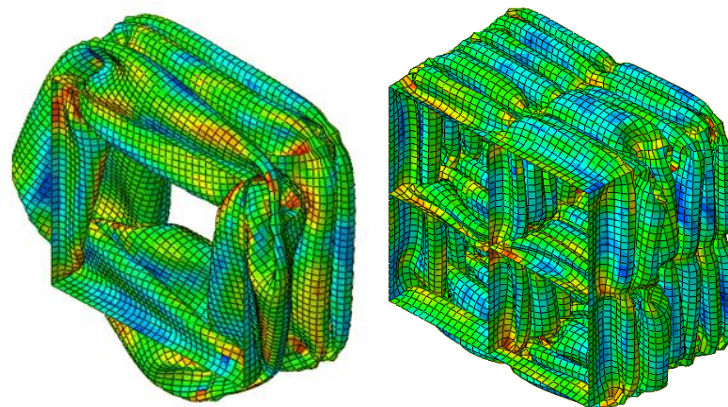


Figura 64. Diferencia del estructurado en la deformación

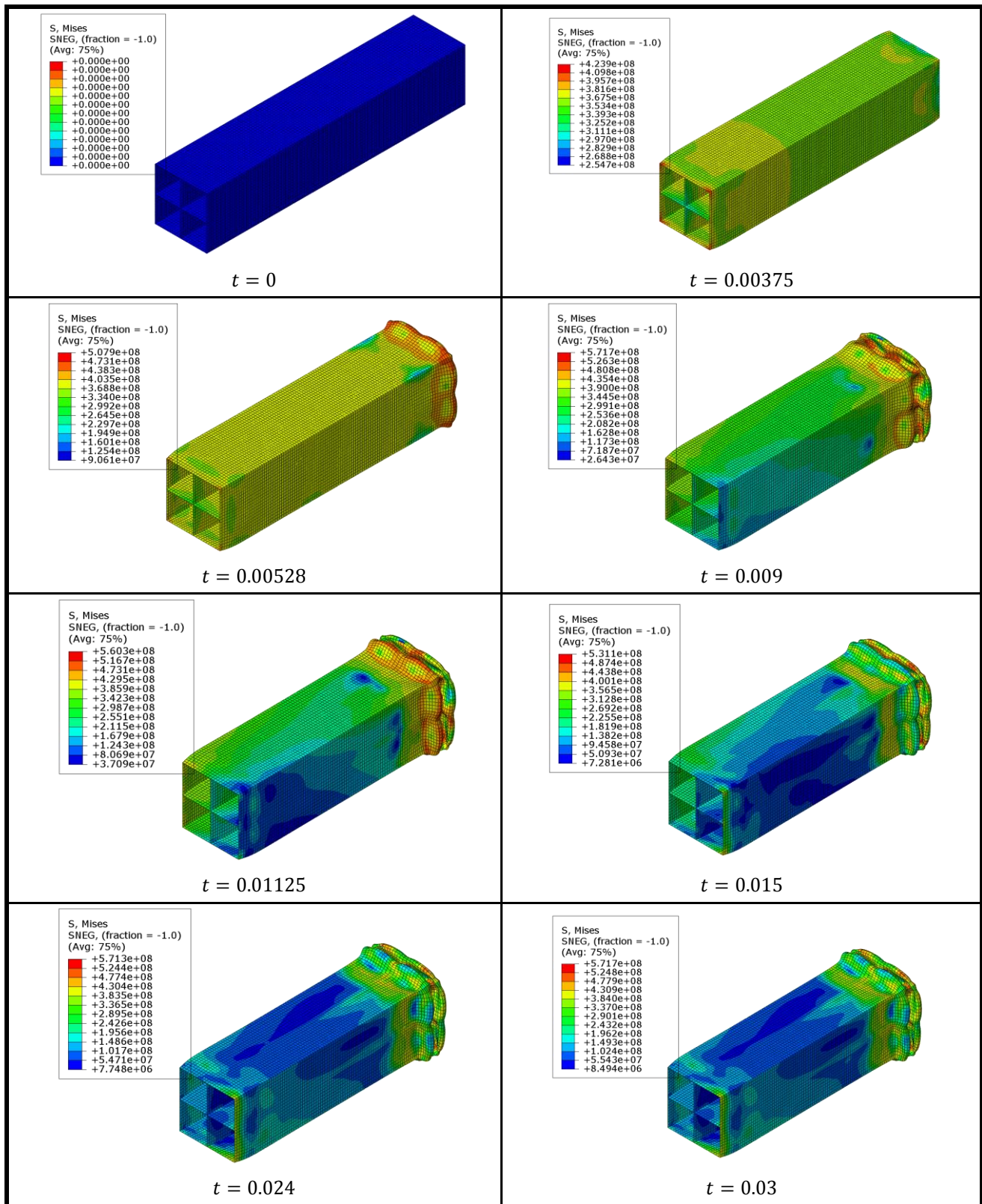


Figura 65. Comportamiento de la sección 1

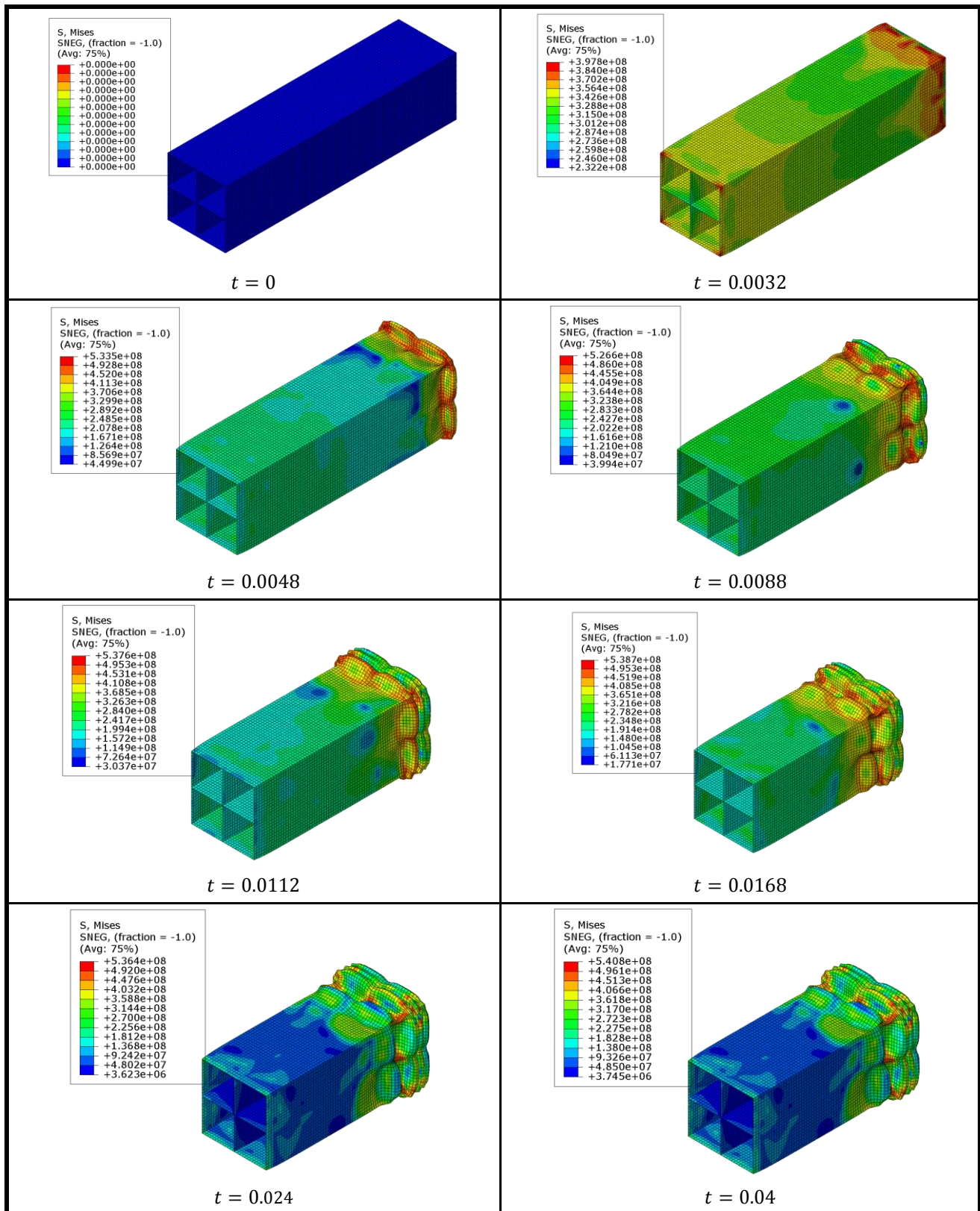


Figura 66. Comportamiento de la sección 2

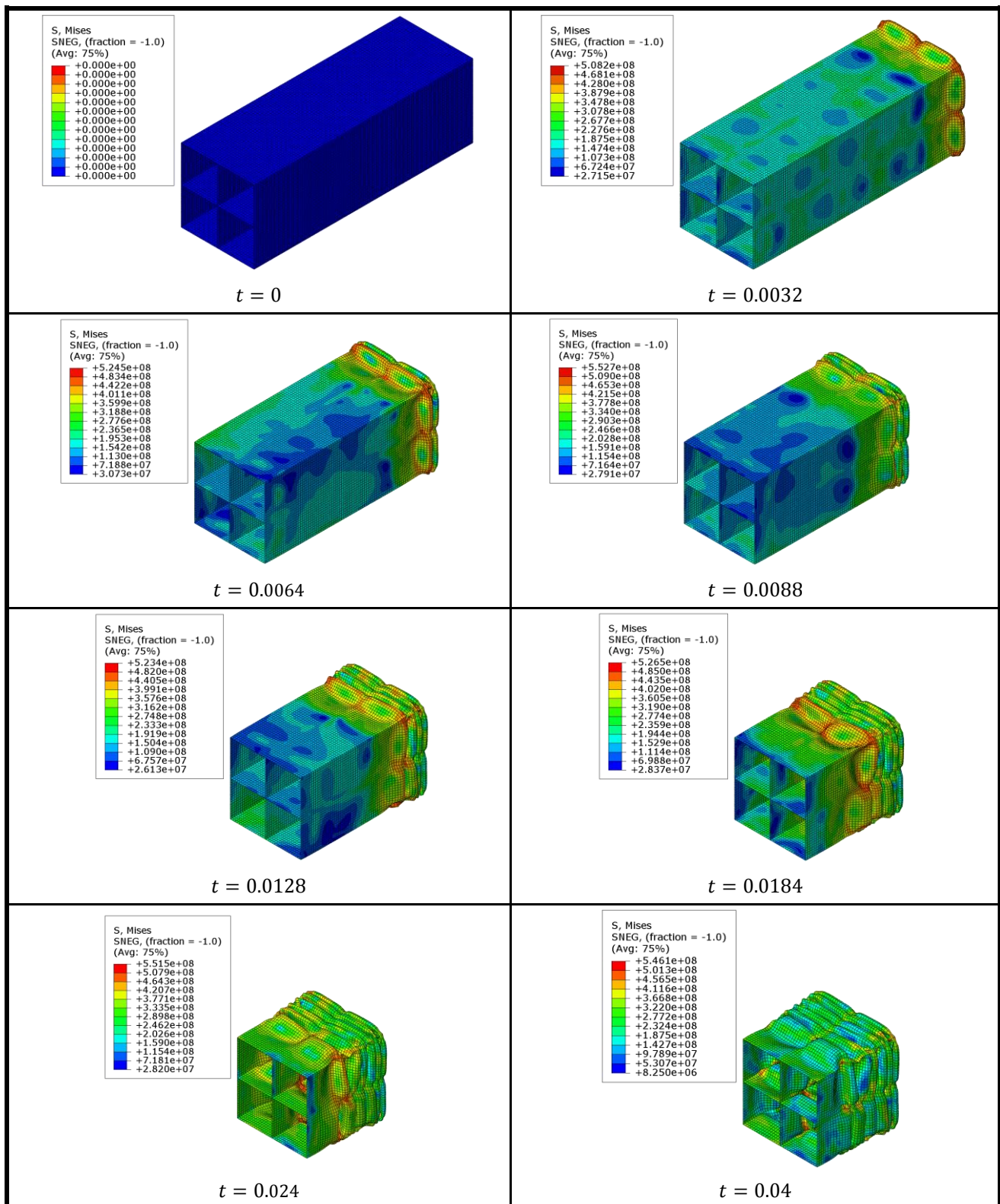


Figura 67. Comportamiento de la sección 3

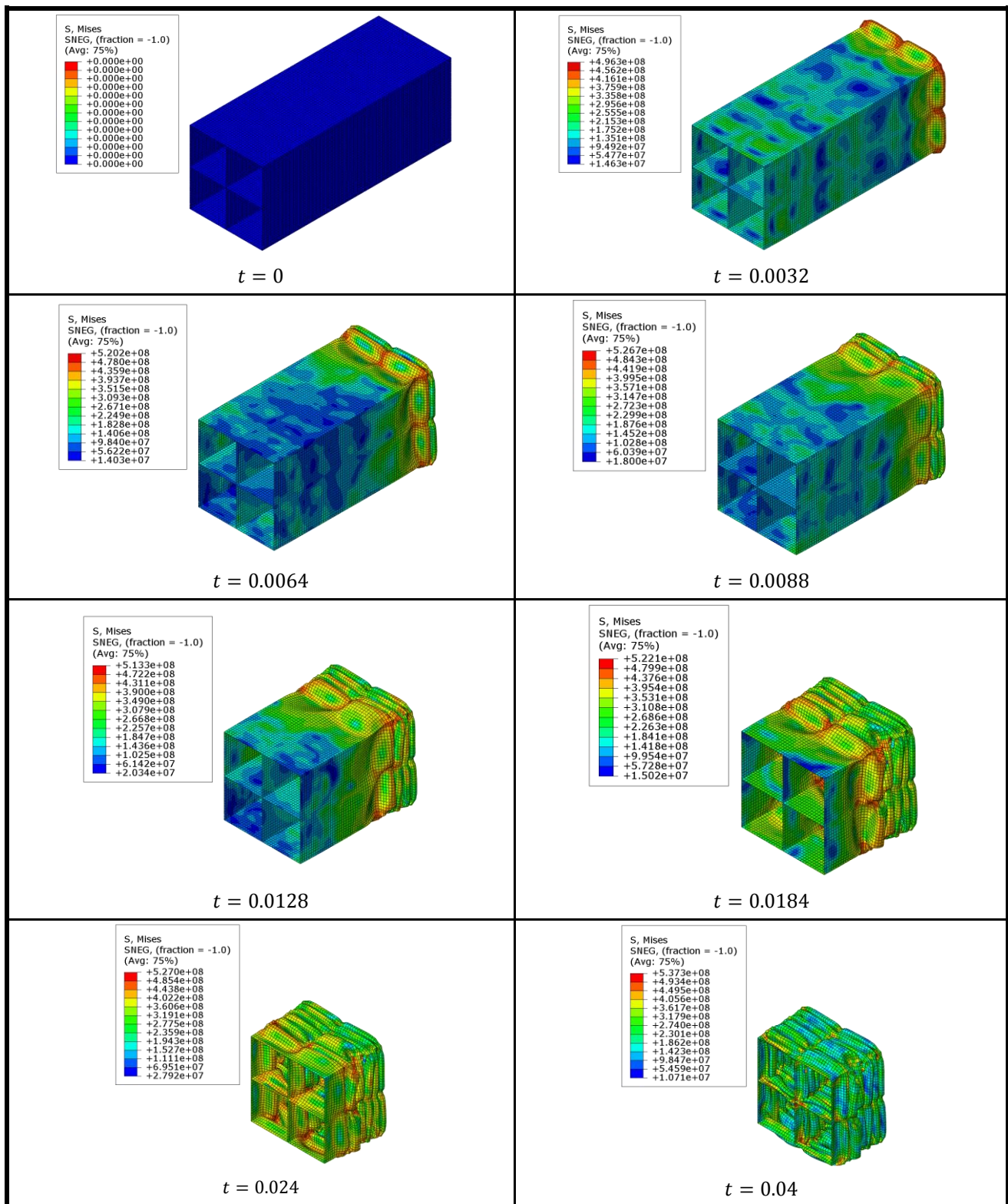


Figura 68. Comportamiento de la sección 4

Parámetros característicos

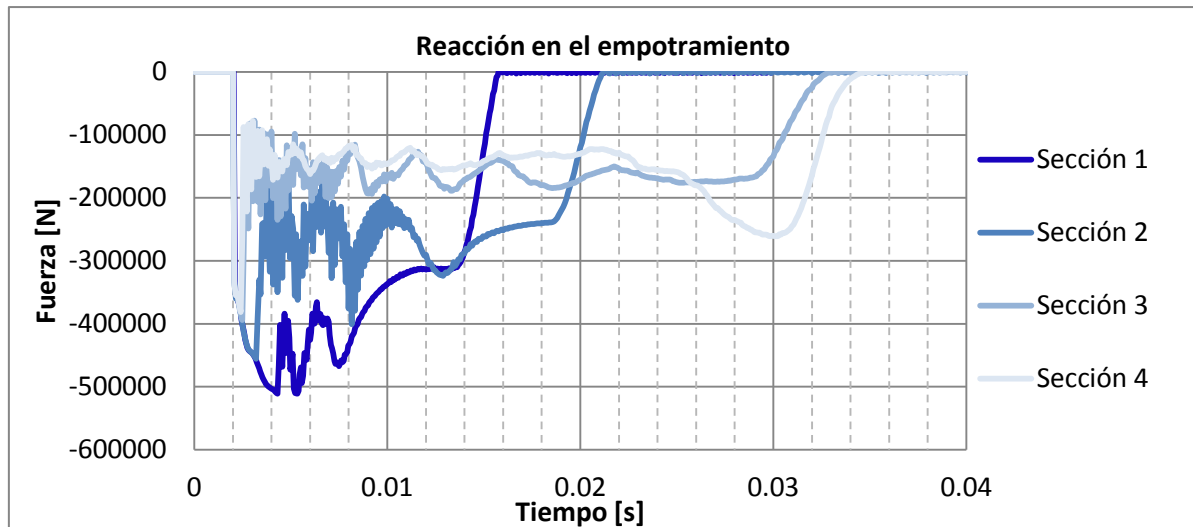


Figura 69. Reacción para las secciones de cuatro cajones con diferentes espesores.

En la Figura 69 se han representado los valores de la reacción en el empotramiento para cada una de las secciones. Se destacan los siguientes puntos:

- La fuerza máxima está en todos los casos en el primer pliegue. Nótese que no se ha utilizado un espesor variable.
- Con la reducción del espesor aumenta considerablemente la eficiencia de la disipación. La energía disipada es la misma pero la fuerza que sufre el empotramiento es menor y más constante.
- Para el caso de la sección 4 el espesor era demasiado fino y tras recorrer toda la longitud de la viga, el elemento que impacta sigue teniendo inercia suficiente para aplastar el material. Esto produce un pico en la reacción, siendo el más alto del proceso a excepción del pico inicial.
- La extensión en el tiempo de los valores iniciales de fuerza es significativa por lo que los valores se tienen en cuenta y no desaparecen tras el suavizado de la gráfica. En la Figura 70 su muestra este comportamiento, ya que en el diagrama de aceleraciones persiste el comportamiento.

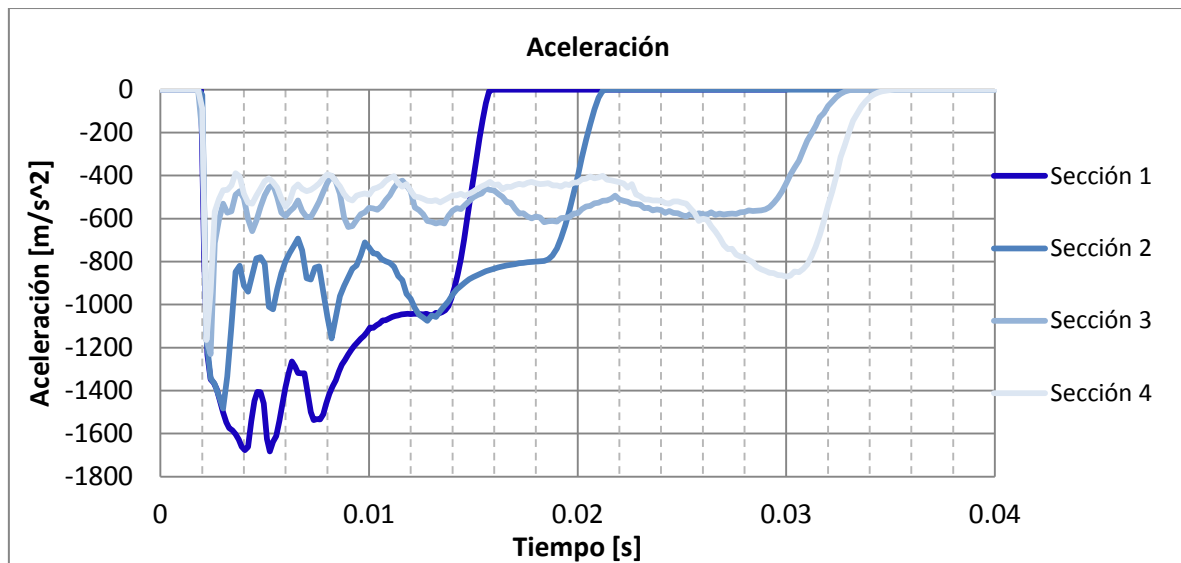


Figura 70. Aceleración para las secciones de cuatro cajones con diferentes espesores.

La figura que representa la energía de disipación plástica para cada instante de tiempo muestra como con la disminución del espesor el proceso se vuelve menos brusco. La diferencia entre las secciones estudiadas es notable, siendo el tiempo usado para frenar el objeto aproximadamente el doble para las secciones 3 y 4 que respecto a la 1. Señalar que la forma en que se absorbe la energía para las dos últimas secciones no está lejos de ser lineal en comparación con los otros modelos. Aproximarse a la linealidad significa reducir la oscilación en la fuerza de reacción y obtener un frenado más suave.

Según se extrae de los datos graficados, la localización de la deformación en una parte de la estructura hace que la energía absorbida sea algo mayor. Aspecto no significativo comparado con la notable diferencia de comportamiento global.

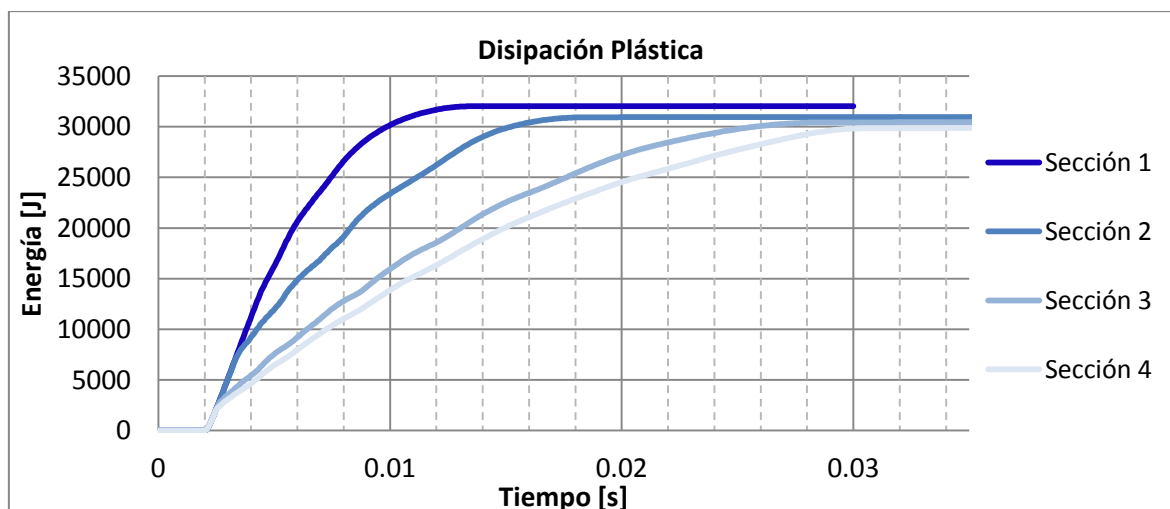


Figura 71. Energía plástica disipada en función del tiempo.

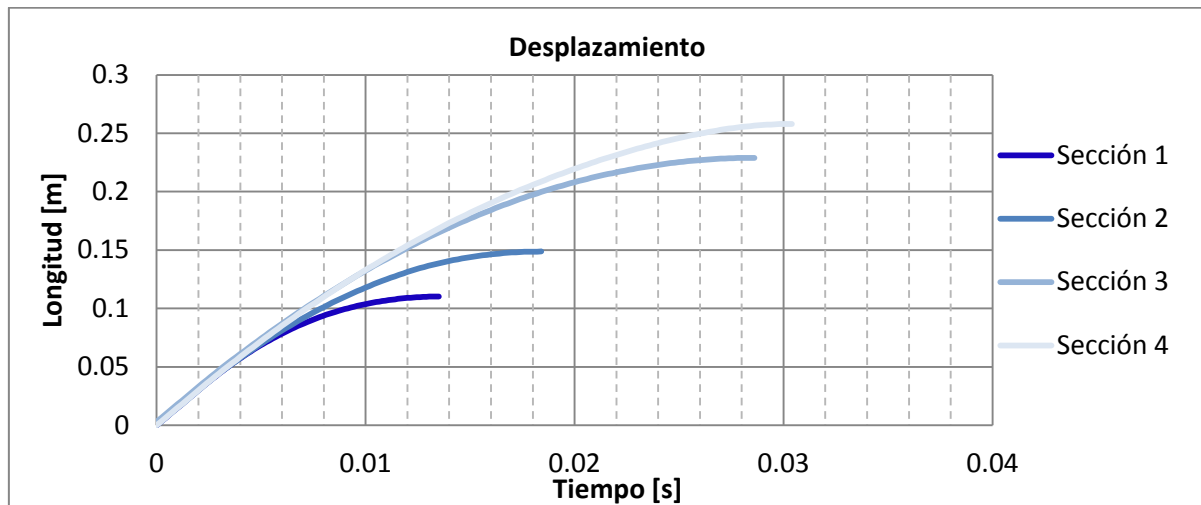


Figura 72. Desplazamiento del elemento que impacta en función del tiempo.

Al aumentar la eficiencia en la disipación el desplazamiento del elemento que impacta sobre la estructura es mayor. El valor de desplazamiento no es mejor cuanto mayor sea, son beneficiosos valores altos pero que no produzcan aplastamiento al final del proceso. Por ejemplo, la sección 4 presenta un valor de desplazamiento más alto que la 3, siendo esa diferencia perjudicial sobre la fuerza de reacción obtenida.

Sección de una celda Vs cuatro celdas

Una vez optimizados los espesores de los modelos de uno y cuatro cajones se comparan los resultados obtenidos para ambos. Las conclusiones extraídas de las Figuras Figura 73, Figura 74 y Figura 75 son las siguientes:

- El espesor óptimo para el modelo de cuatro cajones es menor que el de la estructura de una celda, 2.06 frente a 3.4 mm. Con este factor se esperaba reducir la fuerza del inicio del impacto pero no ha sido así. Aunque el espesor es menor, la zona interior la sección de cuatro celdas elimina esta posibilidad.
- El menor espesor de la sección multicelda hace posible el aumento del número de plegados, 6 en total. De esta forma se ha aumentado la frecuencia de los mismos, disminuyendo la oscilación de fuerza durante el impacto.
- El aumento de las celdas favorece el estructurado de la deformación.
- La disipación plástica es prácticamente igual a lo largo del impacto para ambas secciones.

- El desplazamiento de la estructura es muy similar hasta la parte final del proceso. El mayor número de plegados de la sección 3 hace que se acumulen más capas de material en final del impacto, por lo que el aplastamiento se produciría para un valor menor de desplazamiento. Por tanto, la estructura de cuatro cajones óptima presenta un desplazamiento final menor.

El comportamiento global de ambos modelos no difiere demasiado. Para continuar con el proceso de optimización se ha seleccionado la sección de cuatro cajones al considerar positiva la estabilidad de la reacción a lo largo del impacto.

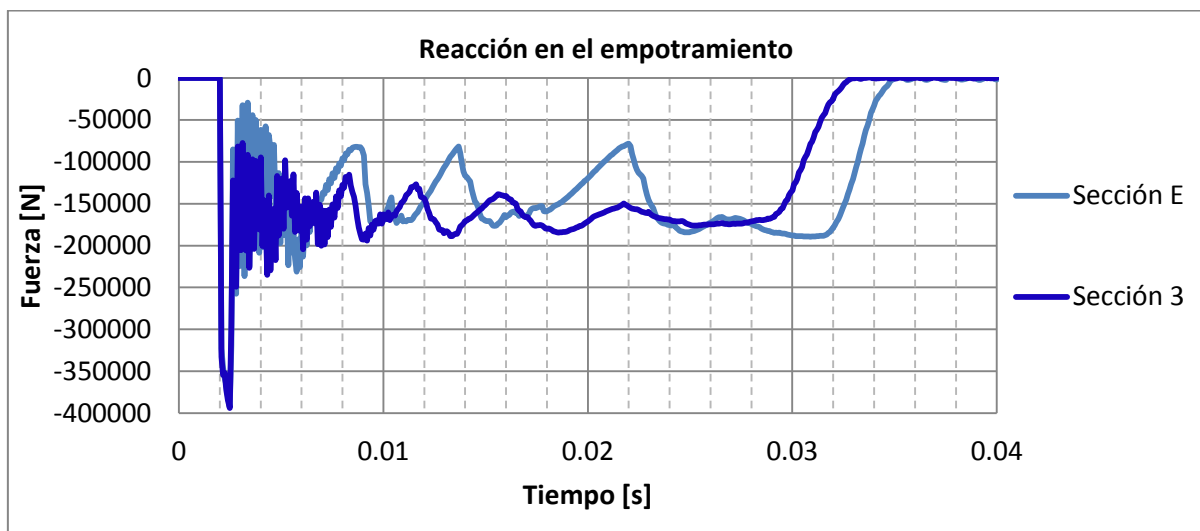


Figura 73. Reacción en el empotramiento para las secciones 3 y E

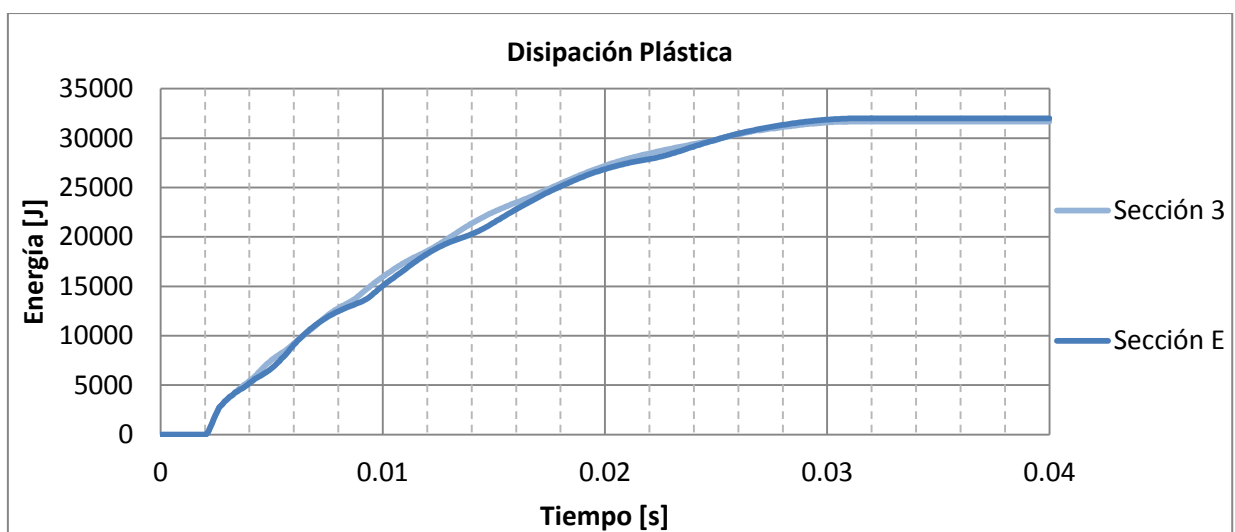


Figura 74. Disipación plástica para las secciones 3 y E

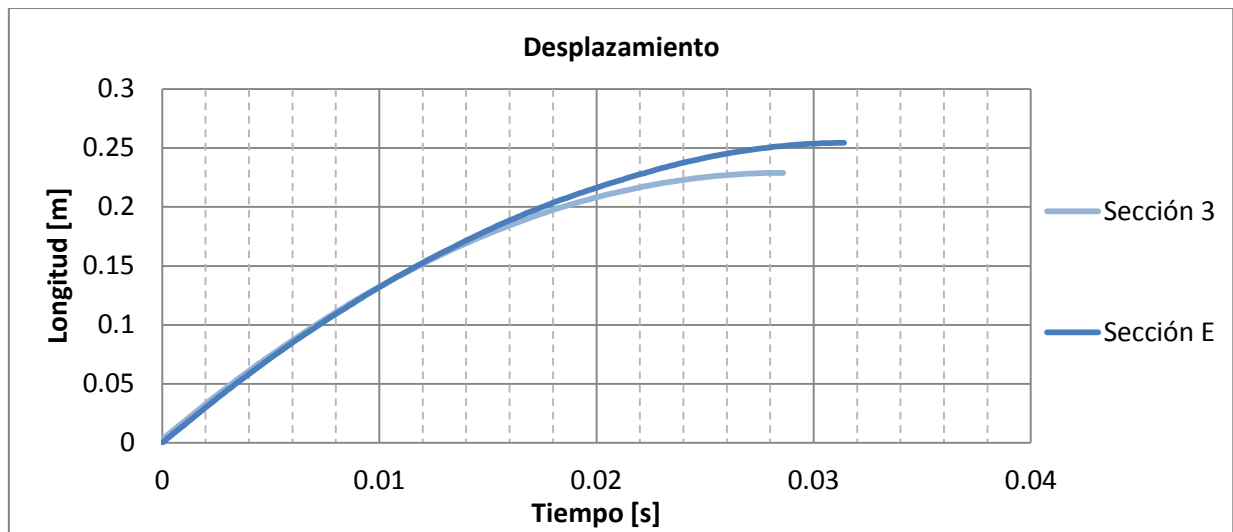


Figura 75. Desplazamiento para las secciones 3 y E.

4.3.2 Plegado programado

Extremos de la estructura

Hasta ahora han sido dos los problemas principales subsanados con las modificaciones realizadas. Los valores máximos de fuerza se han reducido al utilizar un espesor adecuado y la oscilación se ha eliminado utilizando varias celdas en la sección. En este punto, el problema vuelve a ser la fuerza inicial de impacto pues el espesor variable no se puede aplicar sin reducir las prestaciones del modelo.

Para resolver este problema se persigue el mismo objetivo que facilitaba la reducción del espesor en el comienzo de la estructura, facilitar el primer plegado. Para ello se ha optado por modificar directamente la posición del espacio que ocupan los nodos que describen la estructura.

Los nodos que van a cambiar su posición son los pertenecientes a la zona inicial del impacto. Se espera que la nueva disposición ayude a reducir la fuerza que provoca el primer pliegue y que el resto del impacto transcurra sin que se altere la capacidad de absorción global.

Modificar directamente la disposición de los nodos y no realizar una pieza nueva utilizando cortes y vaciados como mecanismos de diseño, hace que modificaciones como las que se quieren realizar no presenten un problema sobre el cálculo de la estructura. En ocasiones las aristas vivas y los pequeños huecos o salientes presentan

dificultades de mallando e irregularidades en la distribución de los elementos, que se trasladan al tiempo de computación y la posible veracidad de los resultados.

Para reducir la fuerza del impacto inicial se han desplazado los nodos correspondientes al perímetro de la pieza, sección 3.1, y al conjunto del perímetro y la zona interior, sección 3.2, en dos simulaciones distintas. El modelo base sobre el que se realizan los cambios es el correspondiente a la sección 3 (véase Tabla 10).

También se ha añadido otra versión de la estructura, la sección 3.3, en la cual el desplazamiento de los nodos también se realiza en la zona de contacto con el empotramiento.

El desplazamiento es de 3 mm , lo que representa un 145% del valor del espesor. Este desplazamiento se ha aplicado de tal forma que no se produzca solapamiento de material al realizar el movimiento de los nodos. Para la zona perimetral se realizó un plegado siempre hacia el exterior mientras que las zonas interiores se pliegan en orden antihorario.

Sección	Cambios realizados
3.1	Perímetro de la zona de comienzo del impacto.
3.2	Perímetro de la zona de comienzo del impacto y la zona interior de la sección.
3.3	Perímetro y zona interior de la sección tanto al principio como al final de la estructura.

Tabla 11. Modificaciones realizadas para programar la deformación en los extremos del elemento.

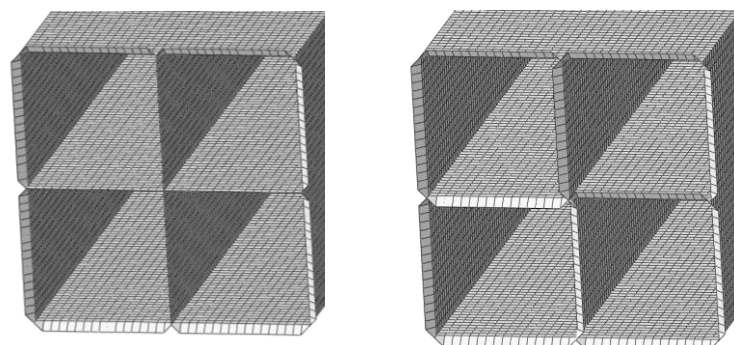


Figura 76. Cambios realizados a la sección 3.

Las figuras Figura 77 y Figura 78 representan la fuerza y la aceleración de la misma forma que se ha realizado con los modelos anteriores. De ellas se extraen las siguientes conclusiones:

- Proporcionar el doblez inicial favorece la reducción de la fuerza. Según se ha ido introduciendo mayor número de dobleces iniciales los resultados ha mejorado.
- Tras las modificaciones no se registran diferencias en cuanto a energía disipada, el cambio se producen en la eficiencia de la disipación.
- La introducción de las dobleces en el lado del empotramiento supone una gran reducción de la fuerza inicial. El motivo principal es la posibilidad de amortiguar el golpe mediante una ligera compresión en el tramo inicial del impacto en la zona cercana al empotramiento, favorecida por los dobleces. Esta modificación supone también una reducción de la reacción en el tramo final.

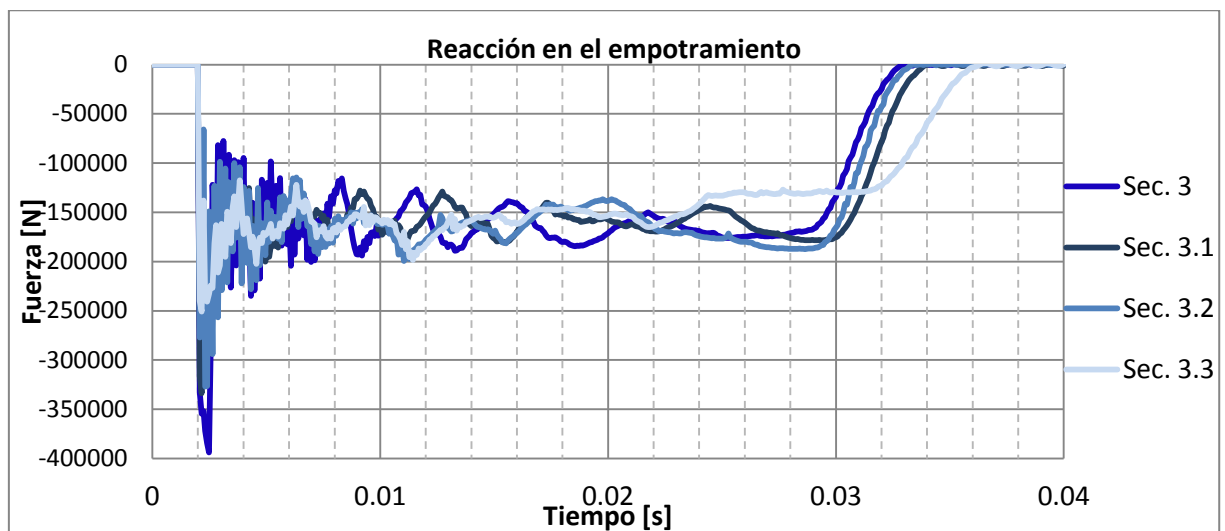


Figura 77. Reacción en el empotramiento para las secciones 3, 3.1, 3.2 y 3.3

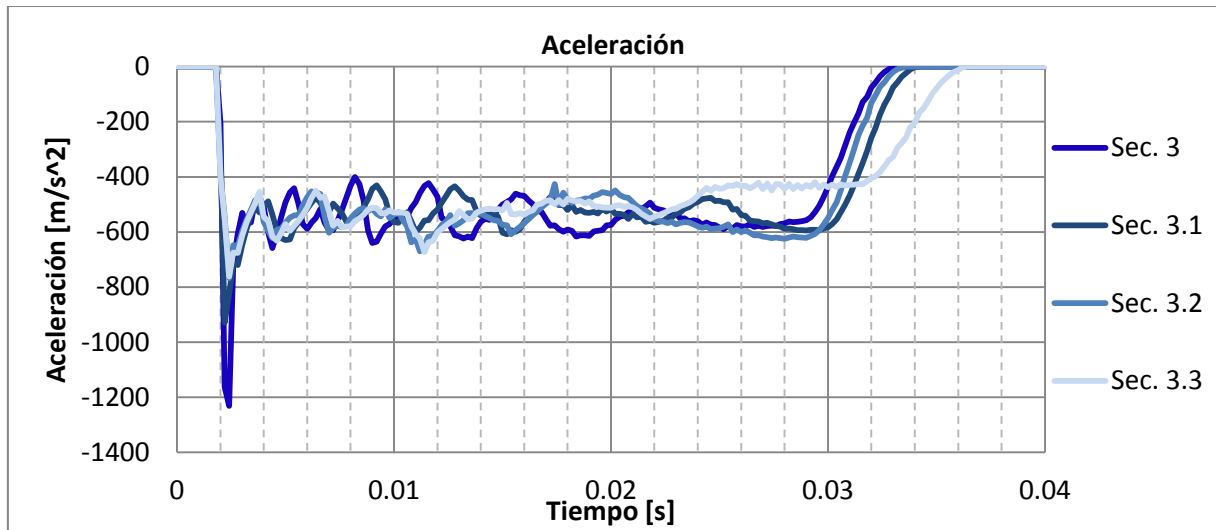


Figura 78. Aceleración para las secciones 3, 3.1, 3.2 y 3.3

Cuerpo de la estructura

Ante la posibilidad de programar por completo el plegado a lo largo de la viga, se ha establecido el mismo movimiento de los nodos aplicados a la sección 3.3 en diferentes cortes del elemento. De esta forma se obtienen las secciones 3.4, 3.5 y 3.6.

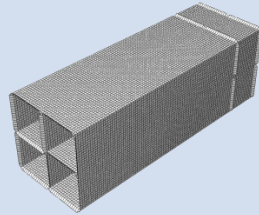
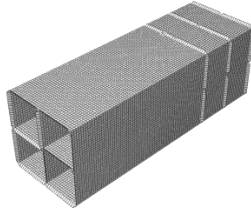
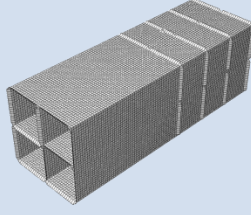
Sección	Cambios realizados
3.4	
3.5	
3.7	

Tabla 12. Modificaciones realizadas para programar la deformación a lo largo del elemento.

Nótese que las modificaciones están dispuestas de forma equidistante, aproximándose a los lugares de comienzo de plegado de la sección 3.3.

Los resultados obtenidos se muestran en las figurasFigura 79 Figura 80 de las que se extrae la siguiente información:

- El aumento de las modificaciones a lo largo de la viga reducen la fuerza inicial en el empotramiento.
- El tiempo de impacto se puede considerar igual para las cuatro secciones.
- Al aumentar las modificaciones se pierde la estabilidad de la fuerza y aumentan las oscilaciones. Esto se produce por el aumento de la facilidad de plegado que se ha impuesto en diferentes zonas. Ejemplo de ello es la sección 3.6 que presenta picos de fuerza muy significativos en el primer tramo de impacto.
- La pequeña disminución de la fuerza inicial no justifica la disminución de la calidad del impacto global.

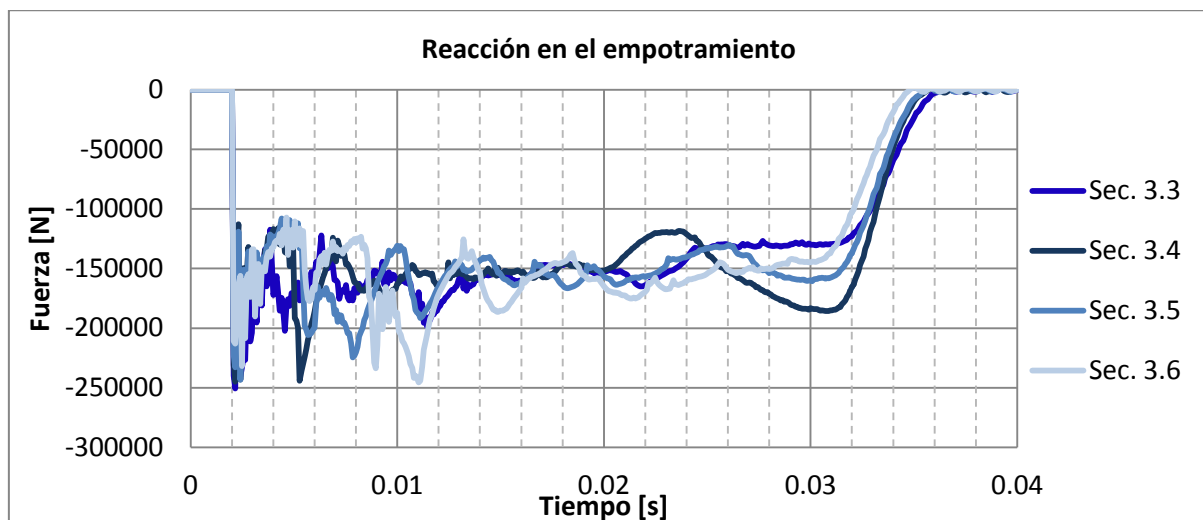


Figura 79. Reacción en el empotramiento para las secciones 3.3, 3.4, 3.5, y 3.6

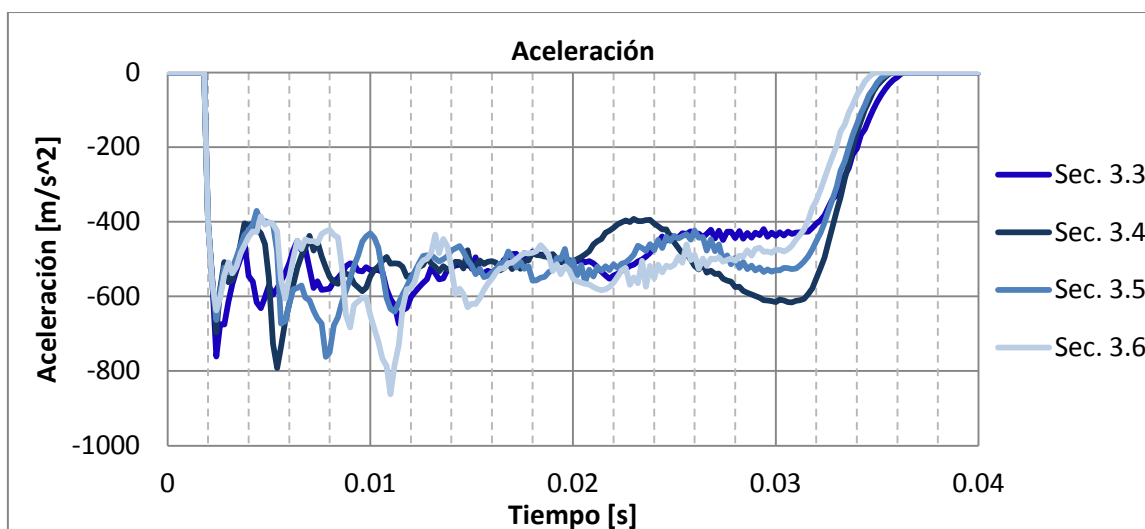


Figura 80. Aceleración para las secciones 3.3, 3.4, 3.5, y 3.6

4.3.3 Otras configuraciones multicelda

Este apartado tiene como objetivo completar la información obtenida sobre las ventajas que reporta el aumento del número de particiones en la sección del elemento. Para ello se añaden dos tipos de sección multicelda a la viga de cuatro celdas estudiada, representadas en la Figura 81.

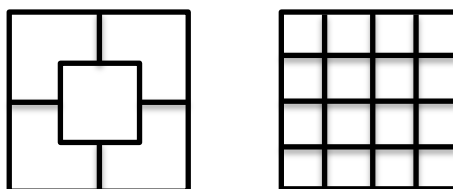


Figura 81. Esquema de las secciones 5 (izquierda) y 6 (derecha).

Estos modelos se van a comparar con la sección 3 (véase Tabla 10), sección con espesor optimizado y sin plegado inicial. Esto implica que las secciones 5 y 6 han sufrido el mismo proceso de optimización del espesor realizado anteriormente para las secciones de uno y cuatro cajones.

	Sección 5	Sección 6
Elementos	20215	22455
Nodos	20117	21712
Lado [m]	0.11657	0.1409
Espesor [m]	0.00157	0.0009
Masa [Kg]	1.00	1.00

Tabla 13. Características principales para las secciones 5 y 6 con espesor óptimo

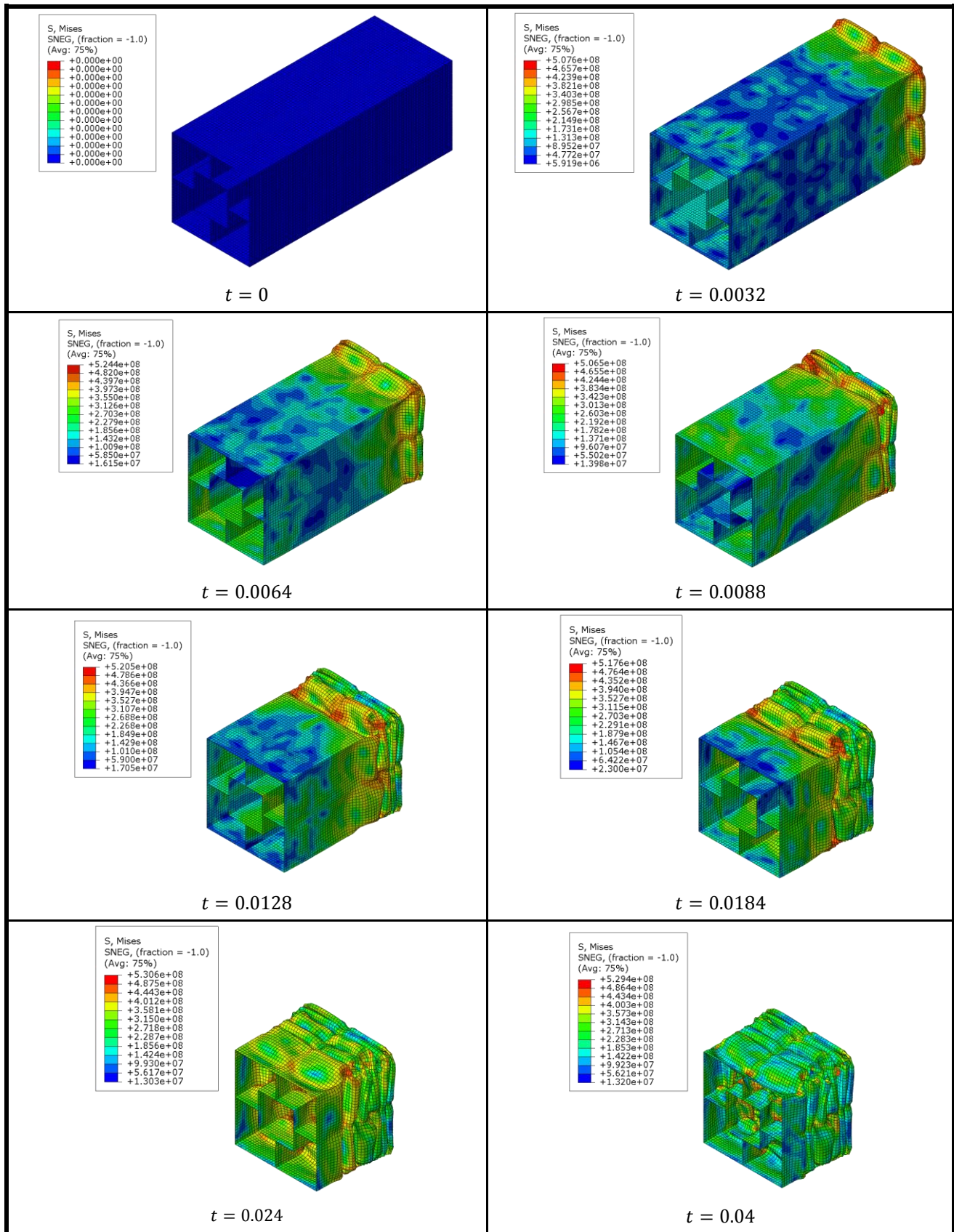


Figura 82. Comportamiento de la sección 5.

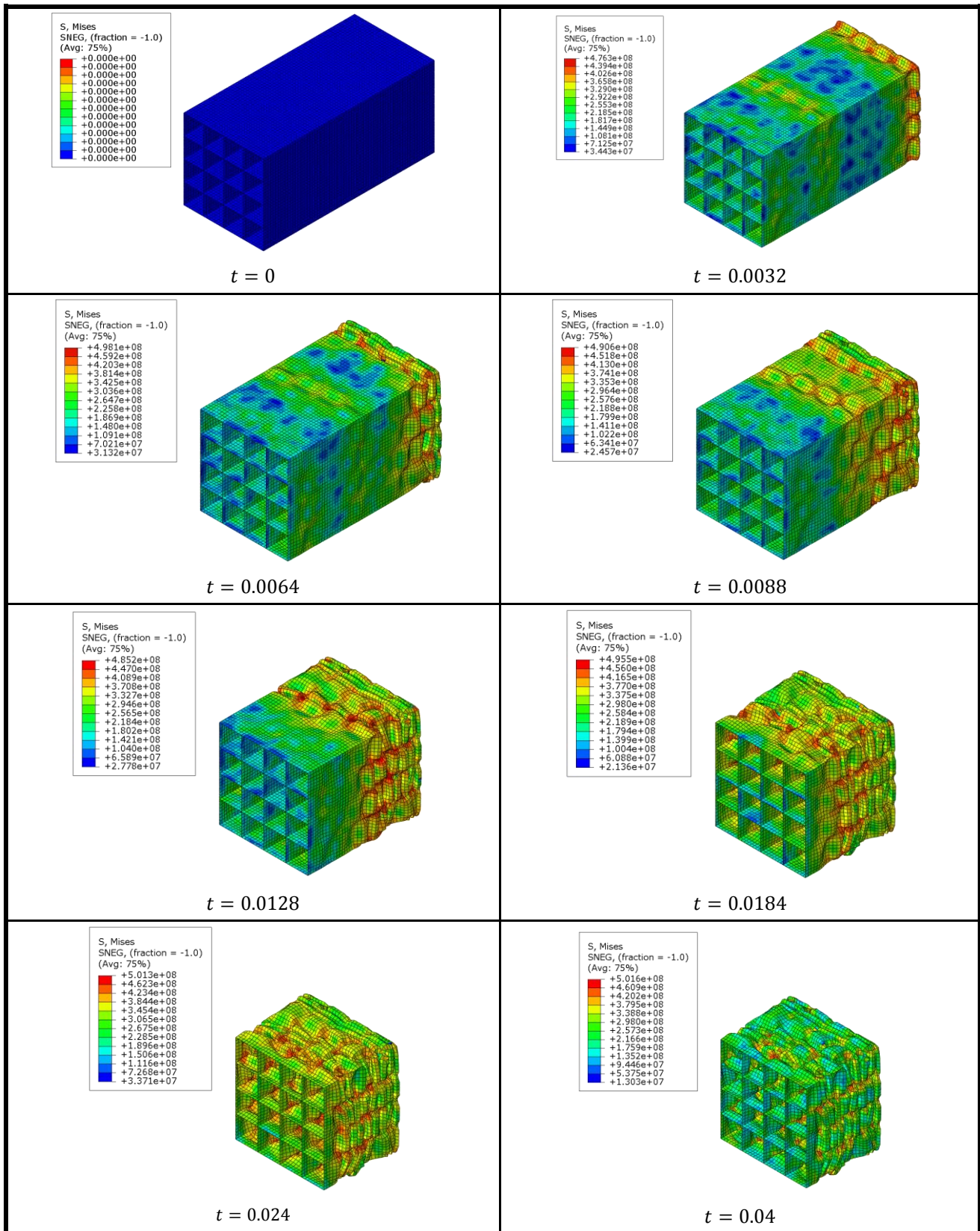


Figura 83. Comportamiento de la sección 6.

Como se ha comprobado, el aumento del número de divisiones posibilita la reducción del espesor y por ello aumenta el número de pliegues tras el impacto, haciendo que la oscilación de la fuerza de reacción disminuya. Se puede observar en la representación que corresponde a la sección 6 un valor de la fuerza prácticamente constante tras el impacto inicial.

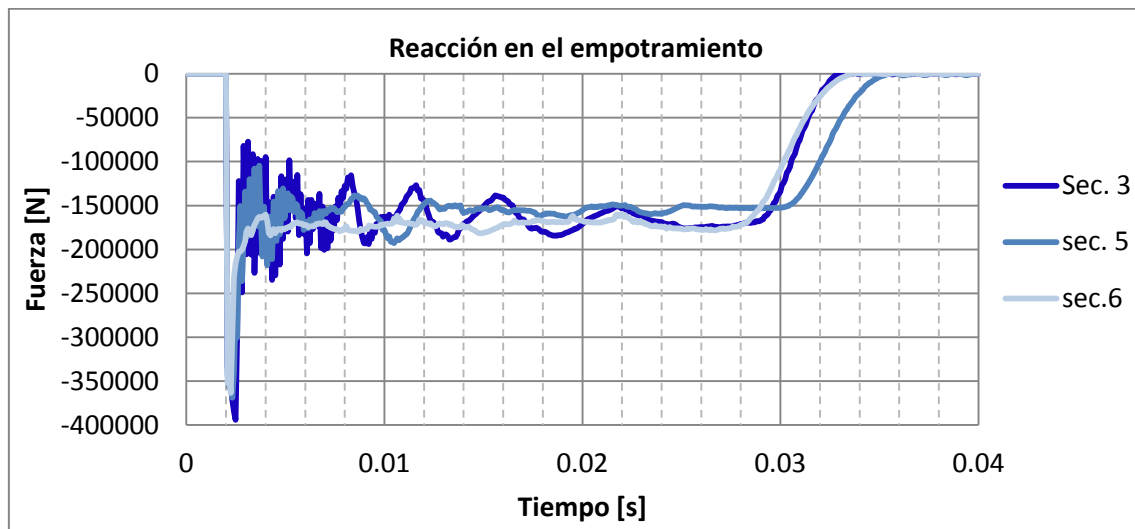


Figura 84. Reacción en el empotramiento para las secciones 3,5 y 6

Verificada la mejora con las secciones sin plegado inicial se va a comprobar que las prestaciones de la sección 6 se mantienen al programar el plegado. Al igual que en casos anteriores, se modifica la posición de los nodos que corresponden a los límites de la estructura en la parte inicial final evitando el solapamiento.

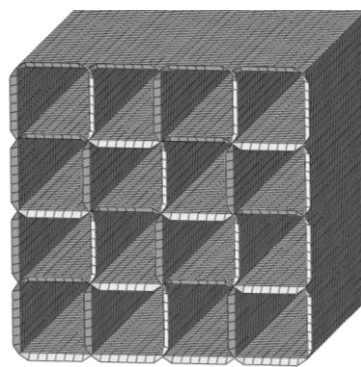


Figura 85. Plegado inicial de la estructura 6.1

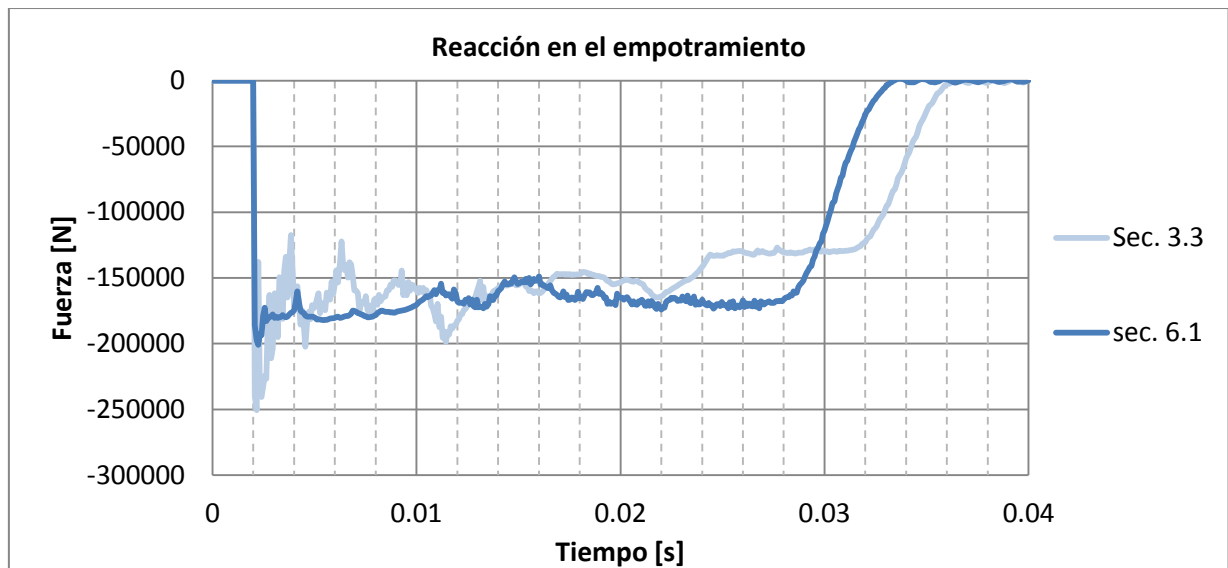


Figura 86. Reacción en el empotramiento para las secciones 3.3 y 6.1

En la Figura 86 se compara la fuerza obtenida en el empotramiento para la sección de 4 cajones (sección 3.3) y la de 16 (sección 6.1) ambas con plegado inicial para eliminar el pico inicial de fuerza. Se obtienen las siguientes conclusiones:

- La oscilación disminuye con el número de cajones.
- El menor espesor de la sección 6.1 facilita el primer plegado reduciéndose la fuerza inicial.
- El plegado inicial de la sección 6.1 reduce ligeramente la estabilidad de la fuerza, produciéndose varios pliegues de forma simultánea antes de completarse el anterior. En la Figura 87 puede comprobarse este fenómeno para valores de t entre 0.0128 y 0.024 donde la mayoría de los pliegues ya se han producido y estos actúan en conjunto.

Aunque en el tramo final el valor de la fuerza de la sección de cuatro cajones es menor, se valora más la reducción del pico inicial y la estabilidad durante el impacto. Por ello, la sección 6.1 se destaca como la más eficiente en términos de disipación de energía.

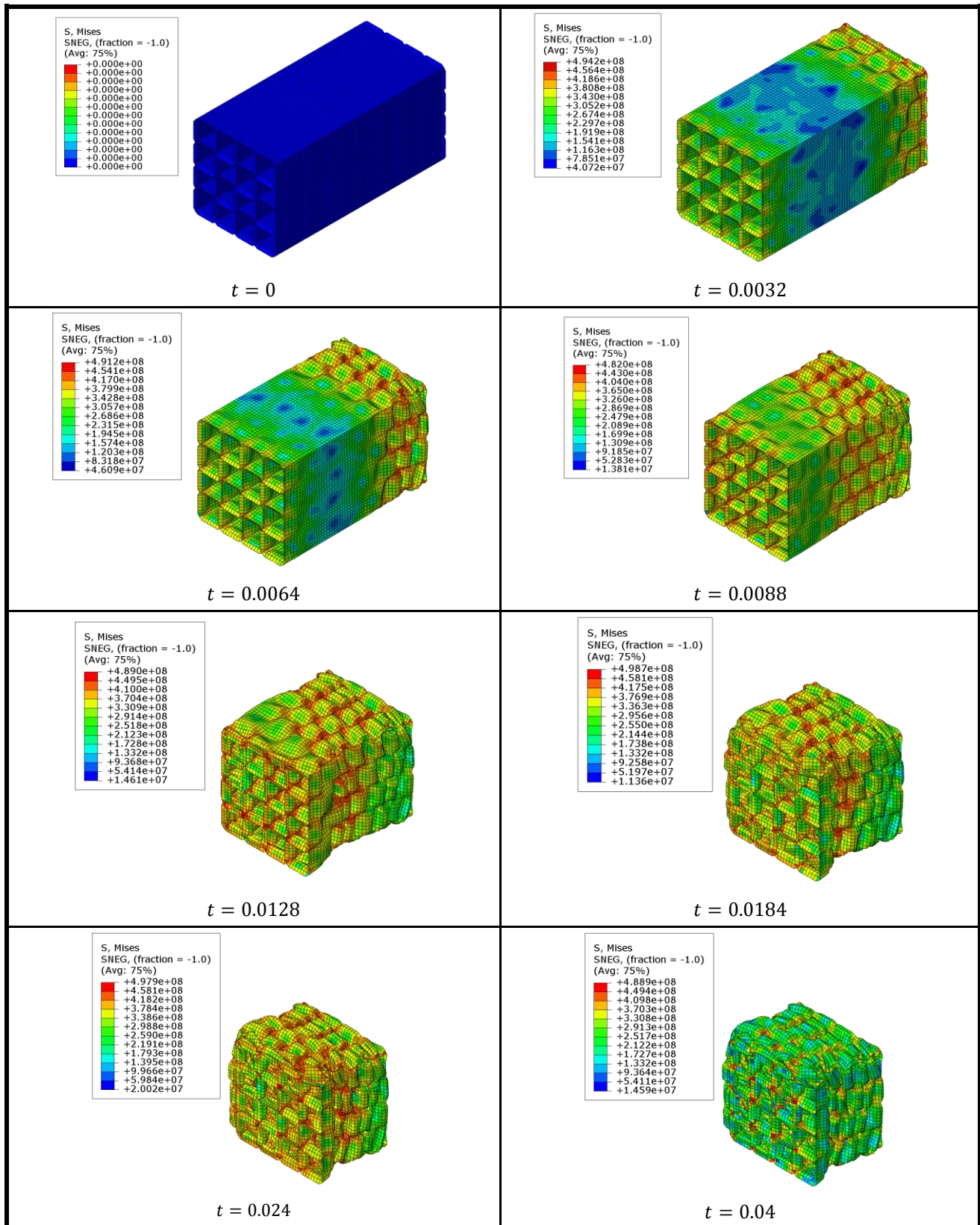


Figura 87. Comportamiento de la sección 6.1

Capítulo 5

Conclusiones y Trabajos futuros

Conclusiones Generales

A lo largo del capítulo cuarto del trabajo se ha optimizado de forma satisfactoria la capacidad de disipación de energía ante impacto de un elemento tubular. Los aspectos principales para los que se han desarrollado soluciones han sido el pico inicial de fuerza y la elevada oscilación de esta durante el impacto.

En cuanto al valor crítico de la reacción inicial, se reduce disminuyendo el espesor general del modelo o haciendo que este sea variable con su valor mínimo en el extremo expuesto a la colisión. Entre piezas con espesor constante mínimo optimizado y modelos con sección variable, se obtienen mejores resultados cuando el espesor es constante, ya que su aumento a lo largo del elemento puede llegar a provocar valores altos de fuerza al final del proceso.

Otro sistema para reducir en mayor medida el pico de reacción inicial es el plegado inicial de los extremos de la estructura. Con este método se consigue programar la plastificación y que extinta menos diferencia en los valores de fuerza obtenida durante el tiempo del impacto. Por otra parte, la programación de la deformación a lo largo del cuerpo de la estructura no ha reportados mejoras en la eficiencia, haciendo que

la excesiva facilidad de deformación se traduzca en un aumento excesivo de la fuerza tras las deformaciones iniciales.

En cuanto a la reducción de la oscilación de los valores de fuerza y aceleración, se comprueba que el aumento de particiones en la sección del elemento posibilita la obtención de valores constantes de estos parámetros, eliminando los picos y valles característicos de estructuras tubulares simples. Varios modelos con múltiples celdas en la sección han sido estudiados, siendo uno de ellos el modelo más óptimo obtenido.

Trabajos Futuros

Hay aspectos que no se han tenido en cuenta dadas las condiciones de contorno aplicadas y las características concretas del impacto, han sido el diseño orientado a reducir las posibilidades de comportamiento a flexión y el volumen ocupado por la estructura. En muchas de las aplicaciones de este tipo de elementos estructurales no se conocen las cargas que van a actuar sobre el modelo hasta que se produce el impacto, ya que este varía en función del tipo de accidente que se sufra. En estos casos, el uso de elementos con forma de tronco de cono puede llegar a imponerse a otras geometrías que ofrezcan mejores prestaciones para un impacto concreto, ya que un comportamiento más versátil ante un sistema de cargas mixto flexión-compresión se vuelve indispensable. Por su parte, en aplicaciones en las que el volumen disponible para este tipo de estructuras sea muy restringido, se deberá buscar la máxima eficiencia para modelos que absorban la energía del impacto en menos recorrido.

En cuanto a la utilización de estructuras no tubulares tipo celosías y entramados complejos, se ven beneficiadas por las nuevas tecnologías de impresión en tres dimensiones. Ya se han obtenido estructuras metálicas con materiales de altas prestaciones, presentando la posibilidad de nuevos trabajos de optimización con este tipo de estructuras.



Referencias

- [1] Z. Ahmad, "Impact and Energy Absorption of Empty and Foam-filled Conical Tubes," 2009.
- [2] G. NCAP, "Democratising car safety," en *The Inexorable rise of global motorization*, 2015.
- [3] G. Tiwari, M. A. Iqbal, P. K. Gupta, and N. K. Gupta, "The ballistic resistance of the thin aluminium plates varying degrees of fixity along the circumference," *International Journal of Impact Engineering*, p. 74, 2014.
- [4] D. R. Prado and J. L. Álvarez, "Los crash Test," ed: CETAG, 2010, p. 30.
- [5] G. NCAP, "Democratising car safety," in *The role of global car safety regulations*, 2015.
- [6] cidaut, "Máster de Automoción," in *Ensayos de Impacto*, 2012, p. 63.
- [7] <http://www.euroncap.com>
- [8] CESVI, "Deformaciones Programadas," 2009.
- [9] D. Villarreal, "La importancia de la deformación controlada en un coche," *Diariomotor*, 2014.
- [10] A. G. Lopez. (2012, El avance en la seguridad del automóvil en los últimos 50 años.

-
- [11] A. Jusuf, T. Dirgantara, L. Gunawan, and I. S. Putra, "Crashworthiness analysis of multi-cell prismatic structures," *International Journal of Impact Engineering*, vol. 78, pp. 34-50, 2015.
 - [12] A. Reyes, M. Langseth, and O. S. Hopperstad, "Crashworthiness of aluminum extrusions subjected to oblique loading: experiments and numerical analyses," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 44, pp. 1965-1984, 2002.
 - [13] D. C. Han and S. H. Park, "Collapse behavior of square thin-walled columns subjected to oblique loads," *Thin-Walled Structures*, vol. 35, pp. 167-184, 1999.
 - [14] Z. Ahmad, D. P. Thambiratnam, and A. C. C. Tan, "Dynamic energy absorption characteristics of foam-filled conical tubes under oblique impact loading," *International Journal of Impact Engineering*, vol. 37, pp. 475-488, 2010.
 - [15] G. Li, F. Xu, G. Sun, and Q. Li, "A comparative study on thin-walled structures with functionally graded thickness (FGT) and tapered tubes withstanding oblique impact loading," *International Journal of Impact Engineering*, vol. 77, pp. 68-83, 2015.
 - [16] Q. Fang, J. Zhang, Y. Zhang, J. Liu, and Z. Gong, "Mesoscopic investigation of closed-cell aluminum foams on energy absorption capability under impact," *Composite Structures*, vol. 124, pp. 409-420, 2015.
 - [17] C. J. Shen, G. Lu, T. X. Yu, and D. Ruan, "Dynamic response of a cellular block with varying cross-section," *International Journal of Impact Engineering*, vol. 79, pp. 53-64, 2015.
 - [18] W. Chen and T. Wierzbicki, "Relative merits of single-cell, multi-cell and foam-filled thin-walled structures in energy absorption," *Thin-Walled Structures*, vol. 39, pp. 287-306, 2001.
 - [19] H.-S. Kim, "New extruded multi-cell aluminum profile for maximum crash energy absorption and weight efficiency," *Thin-Walled Structures*, vol. 40, pp. 311-327, 2002.
 - [20] Z. Zhang, S. Liu, and Z. Tang, "Design optimization of cross-sectional configuration of rib-reinforced thin-walled beam," *Thin-Walled Structures*, vol. 47, pp. 868-878, 2009.
 - [21] A. Najafi and M. Rais-Rohani, "Mechanics of axial plastic collapse in multi-cell, multi-corner crush tubes," *Thin-Walled Structures*, vol. 49, pp. 1-12, 2011.
 - [22] X. Zhang and G. Cheng, "A comparative study of energy absorption characteristics of foam-filled and multi-cell square columns," *International Journal of Impact Engineering*, vol. 34, pp. 1739-1752, 2007.
 - [23] J. Liu, S. Patoatto, D. Fang, F. Lu, and H. Zhao, "Impact strength enhancement of aluminum tetrahedral lattice truss core structures," *International Journal of Impact Engineering*, vol. 79, pp. 3-13, 2015.

-
- [24] F. W. Zok, S. A. Waltner, Z. Wei, H. J. Rathbun, R. M. McMeeking, and A. G. Evans, "A protocol for characterizing the structural performance of metallic sandwich panels: application to pyramidal truss cores," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 41, pp. 6249-6271, 2004.
 - [25] Courant, "Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibration," *Bulletin of American Mathematical Society*, p. 49, 1943.
 - [26] A. Carnicero, "Introducción al método de los elemento finitos," Instituto de Invertigación Tecnológica. ICAI
 - [27] Turner, Clough, Martin, and Topp, "Stifness and deflection analysis of complex structures," *Journal of Aeronautical Science*, vol. 23, 1956.
 - [28] Przemieniecki, *Theory of Matrix Structural Analysis*. New York: Mc GRaw-Hill, 1968.
 - [29] Zienkiewicz and Holister, *Stress Analysis*. London: John Wiley, 1966.
 - [30] Zienkiewicz and Taylor, *El método de los Elementos Finitos*. Barcelona: Mc Graw-Hill, 1994.
 - [31] "Introducción al método de los elementos finitos," Departamento de Ingeniería Mecánica, Apuntes Diseño Industrial, Universidad Carlos III de Madrid, 2015.
 - [32] "Métodos numéricos en plasticidad," Departamento de Mecánica de Medios Continúis y Teoría de Estructuras, Universidad Carlos III de Madrid, 2015.
 - [33] S. Yadav and S. K. Pradhan, "Investigations into Dynamic Response of Automobile Components during Crash Simulation," *Procedia Engineering*, vol. 97, pp. 1254-1264, 2014.
 - [34] "Caracterización del acero utilizado en la carrocería con protección pasiva de los vehículos blindados panhard AML-90 del C.I.C.T.E.," p. 43.
 - [35] SIMULIA, "Abaqus 6.13 Documentstion," in *Abaqus Analysis User's Guide*.